



مدل ریاضی تعیین فاصله‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و پارامترهای کنترل کیفیت تجهیزات با رویکرد فراابتکاری

سید جمال اشرفی سعادت^۱، کمال‌الدین رحمانی^۲، سلیمان ایران‌زاده^۳، ناصر فقهی فرهنگ^۴، هوشنگ تقی‌زاده^۵

۱. دانشجوی دکتری، گروه مدیریت، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران.

۲. دانشیار، گروه مدیریت، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران.

۳. استاد، گروه مدیریت، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران.

* ایمیل نویسنده مسئول: kr13452000@yahoo.com

چکیده

هدف این پژوهش ارائه و بهینه‌سازی یک مدل ریاضی یکپارچه برای تعیین فاصله‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و پارامترهای کنترل کیفیت تجهیزات با استفاده از رویکرد فراابتکاری است. این تحقیق از نظر هدف، کاربردی و از نظر روش، توصیفی-تحلیلی است. داده‌های تجربی از تصفیه‌خانه فاضلاب شهرک صنعتی ارومیه جمع‌آوری شده و از اسناد تعمیرات، کیفیت، هزینه و زمان بهره گرفته شده است. تحلیل داده‌ها با استفاده از آمار توصیفی، رگرسیون دو متغیره، آزمون t زوجی و مدل ریاضی فراابتکاری انجام شد. چهار متغیر تصمیم شامل اندازه نمونه (n)، تناوب نمونه‌گیری (h)، ضریب حد کنترل (k) و فاصله تعمیر پیشگیرانه (t_{PM}) به گونه‌ای تنظیم شدند که هزینه کل در واحد زمان به حداقل برسد. مدل با نرم‌افزار Maple حل و اعتبار آن از طریق تحلیل حساسیت بررسی شد. نتایج نشان داد مدل یکپارچه پیشنهادی هزینه کل را از ۲۸۹.۱۲ به ۱۱۶ واحد کاهش داده است. آزمون t زوجی اختلاف معناداری بین هزینه‌ها قبل و بعد از اجرای مدل نشان داد ($p < 0.05$). تحلیل حساسیت بیانگر تأثیر بالای نرخ خرابی ماشین و انحراف معیار مشخصه کیفی بر تابع هدف بود. مدل مستقل کنترل کیفیت در مقایسه با مدل یکپارچه، هزینه بالاتری (۳۴۱.۸ واحد) داشت که کارایی مدل پیشنهادی را تأیید می‌کند. تلفیق سیاست‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه با کنترل کیفیت منجر به کاهش هزینه‌ها، بهبود کیفیت خروجی و افزایش کارایی عملیاتی می‌شود. مدل پیشنهادی می‌تواند به عنوان ابزار تصمیم‌گیری برای مدیران صنایع به منظور بهینه‌سازی زمان تعمیرات، کاهش خرابی و ارتقای کیفیت مورد استفاده قرار گیرد.

کلیدواژه‌گان: مدل فراابتکاری یکپارچه، بهینه‌سازی هزینه نگهداری، کنترل کیفیت، تعمیرات پیشگیرانه، تصفیه‌خانه فاضلاب ارومیه

تاریخ ارسال: ۶ اسفند ۱۴۰۲

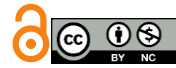
تاریخ بازنگری: ۲۲ فروردین ۱۴۰۳

تاریخ پذیرش: ۲۹ اردیبهشت ۱۴۰۳

تاریخ چاپ: ۲۵ خرداد ۱۴۰۳



How to cite: Ashrafi Saadat, S. J., Rahmani, K., Iranzadeh, S., Feghhi Farahmand, N., & Taghizadeh, H. (2024). Mathematical Model for Determining Preventive Maintenance Intervals and Equipment Quality Control Parameters with a Meta-Heuristic Approach. *Training, Education, and Sustainable Development*, 2(1), 1-26.



© 2024 the authors. This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0) License.

Mathematical Model for Determining Preventive Maintenance Intervals and Equipment Quality Control Parameters with a Meta-Heuristic Approach

Seyed Jamal Ashrafi Saadat¹, Kamaledin Rahmani^{2*}, Soleyman Iranzadeh³, Nasser Feghhi farahmand², Houshang Taghizadeh³

1. PhD student, Department of Management, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.
2. Associate Professor, Department of Management, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.
3. Professor, Department of Management, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.

*Corresponding Author's Email: kr13452000@yahoo.com

Abstract

This study aimed to develop and optimize an integrated mathematical model for determining preventive maintenance intervals and equipment quality control parameters using a meta-heuristic approach. This applied and descriptive-analytical study was conducted at the Urmia Industrial City Wastewater Treatment Plant. Empirical data were collected from maintenance, quality, cost, and time records. Descriptive statistics, bivariate regression, paired t-test, and a metaheuristic mathematical optimization model with parameter sensitivity analysis were used. The four decision variables—sample size (n), sampling interval (h), control limit coefficient (k), and preventive maintenance interval (t_{PM})—were optimized to minimize total cost per unit time. The model was solved using Maple software, and sensitivity analyses were conducted to validate robustness. The integrated model reduced total costs from 289.12 to 116 monetary units. The paired t-test confirmed a significant difference between costs before and after implementation ($p < 0.05$). Sensitivity analysis indicated that machine failure rate and process quality variation had the greatest impact on the objective function. The independent quality control model produced a higher cost (341.8 units), confirming the superior efficiency of the integrated model. Integrating preventive maintenance and quality control policies significantly reduces overall costs, improves output quality, and enhances operational efficiency. The proposed model serves as a practical decision-support tool for industrial managers to optimize maintenance scheduling, minimize machine downtime, and enhance process reliability.

Keywords: *Integrated metaheuristic model, maintenance cost minimization, quality control, preventive maintenance intervals, Urmia Wastewater Treatment Plant*

Submit Date: 25 February 2024

Revise Date: 11 May 2024

Accept Date: 18 May 2024

Publish Date: 14 June 2024

در صنایع تولیدی امروزی، افزایش رقابت جهانی، رشد فناوری‌های پیچیده و فشار فزاینده برای کاهش هزینه‌ها و افزایش کیفیت، شرکت‌ها را ناگزیر ساخته است تا به دنبال مدل‌های بهینه‌سازی جامع برای تلفیق نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (PM) و کنترل کیفیت باشند (Ben-Daya & Rahim, 2023). از آنجا که هرگونه نقص در تجهیزات یا فرآیند تولید می‌تواند مستقیماً بر کیفیت محصول و هزینه‌های تولید اثر بگذارد، ایجاد یک رویکرد یکپارچه برای مدیریت نگهداری و کنترل کیفیت، ضرورتی اجتناب‌ناپذیر در محیط رقابتی امروز است (Goyal et al., 2021). مدل‌های سنتی معمولاً این دو جنبه را جدا از یکدیگر بررسی می‌کردند، اما پژوهش‌های جدید نشان داده‌اند که ارتباط متقابل میان آن‌ها بسیار قوی‌تر از آن است که نادیده گرفته شود (Rahim & Ben-Daya, 2018).

به طور کلی، نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه با هدف افزایش قابلیت اطمینان تجهیزات و کاهش خرابی‌های غیرمنتظره، و کنترل کیفیت با هدف حفظ ثبات و تطابق فرآیند تولید با استانداردهای از پیش تعیین‌شده طراحی می‌شوند (Pandey et al., 2017). مطالعات اخیر نشان داده‌اند که این دو حوزه به شدت در هم تنیده‌اند؛ به گونه‌ای که بی‌توجهی به هر یک، اثربخشی دیگری را کاهش می‌دهد (Rahim & Ben-Daya, 2015). به همین دلیل، مدل‌های بهینه‌سازی یکپارچه (Integrated Optimization Models) که هم‌زمان تصمیمات مربوط به زمان‌بندی تعمیرات و پارامترهای کنترل کیفیت را در بر می‌گیرند، جایگاه ویژه‌ای در مهندسی صنایع یافته‌اند (Ben-Daya & Rahim, 2020).

ریشه این رویکرد را می‌توان در نظریه‌های کنترل آماری فرآیند (SPC) و مدل‌های بهینه‌سازی نگهداری جست‌وجو کرد. نخستین تلاش‌ها در این زمینه توسط پژوهشگرانی همچون (Tagaras, 2000) و (Rosenblatt & Lee, 2010) انجام شد که به بررسی رابطه بین خرابی تجهیزات و انحراف فرآیند پرداختند. بعدها، محققانی مانند (Ben-Daya & Duffuaa, 2020) و (Rahim, 2018) نشان دادند که طراحی اقتصادی نمودار کنترل (Economic Design of Control Charts) در تعامل مستقیم با سیاست‌های نگهداری و تعمیرات قرار دارد، زیرا نگهداری پیشگیرانه می‌تواند احتمال انتقال فرآیند از حالت تحت کنترل به حالت خارج از کنترل را کاهش دهد.

در بسیاری از صنایع، از جمله پتروشیمی، خودروسازی و صنایع غذایی، فرآیند تولید در معرض عوامل استهلاک تدریجی و شوک‌های ناگهانی قرار دارد که می‌تواند کیفیت را به مرور زمان کاهش دهد (Voros, 2019). مدل‌های نوین تلاش می‌کنند با تعریف متغیرهای تصمیم مشترک مانند اندازه نمونه (n)، تناوب نمونه‌گیری (h)، ضریب حد کنترل (k) و فاصله زمانی تعمیرات پیشگیرانه (t_{PM})، تابع هزینه کل سیستم را در واحد زمان به حداقل برسانند (Zhou et al., 2023). در این چارچوب، هر یک از این متغیرها نقش دوگانه‌ای در کاهش هزینه‌های نگهداری و کنترل کیفیت دارند و به همین دلیل، تحلیل حساسیت آن‌ها اهمیت زیادی در طراحی مدل دارد (Makis, 2016).

پیشرفت فناوری‌های هوشمند و سیستم‌های تصمیم‌یار مبتنی بر داده، راه را برای توسعه الگوریتم‌های فراابتکاری (Meta-Heuristic Algorithms) هموار ساخته است (Zhou & Zhu, 2018). این الگوریتم‌ها مانند بهینه‌سازی گرگ خاکستری (GWO)، جست‌وجوی هارمونی (HS) و الگوریتم کرکس هریس (HHO)، قادرند در فضای پیچیده تصمیم‌گیری، به سرعت به جواب‌های نزدیک به بهینه جهانی دست یابند (Chen & Chung, 2015). در این میان، استفاده از مدل‌های ریاضی تلفیقی بر پایه الگوریتم‌های فراابتکاری، موجب شده تا پژوهشگران بتوانند روابط غیرخطی و متغیرهای وابسته میان نگهداری و کنترل کیفیت را مدل‌سازی کنند (Porteus, 2014).

نظریه مدیریت کیفیت جامع (TQM) نیز تأکید می‌کند که کیفیت محصول را نمی‌توان تنها با بازرسی نهایی تضمین کرد؛ بلکه باید در سراسر فرآیند تولید از طریق نگهداری و کنترل مستمر تضمین شود (Garvin, 2017). به همین دلیل، مدل‌های جدید کنترل کیفیت نه تنها پارامترهای نمودار کنترل مانند حد بالا و پایین (UCL, LCL) را در نظر می‌گیرند، بلکه وضعیت سلامت تجهیزات را نیز به‌عنوان متغیر تصمیم در مدل لحاظ می‌کنند (Jones et al., 2016). در این زمینه، مطالعات (Chiu & Huang, 2016) و (Liou et al., 2012) نشان می‌دهند که خرابی تجهیزات می‌تواند مستقیماً بر عملکرد نمودارهای کنترل تأثیر بگذارد و در نتیجه باعث افزایش خطای نوع دوم (β) شود.

از سوی دیگر، جنبه اقتصادی تصمیم‌گیری در مدل‌های نگهداری و کنترل کیفیت اهمیت بالایی دارد. هزینه‌های نگهداری شامل زمان از کارافتادگی، نیروی کار، قطعات جایگزین و بازرسی است، در حالی که هزینه‌های کیفیت شامل هزینه محصولات معیوب، بازرسی و بازاری می‌باشد (Ben-Daya & Rahim, 2020). هدف مدل‌های بهینه‌سازی، تعیین مقادیر بهینه متغیرها به گونه‌ای است که مجموع این هزینه‌ها حداقل گردد (Rahmani, 2022). مطالعات (Berrichi et al., 2016) و (Linderman et al., 2015) نشان داده‌اند که رابطه بین نرخ خرابی ماشین و هزینه‌های کنترل کیفیت، به صورت تابعی غیرخطی است و تغییر جزئی در پارامترهای کنترل، می‌تواند تأثیر چشمگیری بر کل هزینه‌ها داشته باشد.

در زمینه ادغام کیفیت و نگهداری، پژوهش‌های (Goyal et al., 2011) و (Raafat, 2012) نشان داده‌اند که پیاده‌سازی سیاست‌های نگهداری پیشگیرانه ناقص (Imperfect Maintenance) واقع‌بینانه‌تر از فرض نگهداری کامل است، زیرا در عمل، تعمیرات همیشه توان بازگرداندن کامل تجهیزات به حالت اولیه را ندارند. از همین رو، مدل‌های اخیر همچون مدل (Cheng, 2016a) و (Jeong et al., 2017)، تأثیر سطح تعمیرات ناقص بر روی کیفیت فرآیند و نرخ خرابی را به صورت پویا در نظر می‌گیرند.

یکی دیگر از ابعاد مهم این رویکرد، استفاده از شاخص‌های قابلیت فرآیند (Process Capability Indices) برای ارزیابی عملکرد سیستم‌های نگهداری و کنترل کیفیت است (Cheng, 2016b). با استفاده از این شاخص‌ها، می‌توان ارزیابی دقیقی از وضعیت فرآیند، سطح انحراف از مقدار هدف و تأثیر تعمیرات بر ثبات فرآیند ارائه داد. پژوهش (Rahim, 2018) نشان داد که افزایش تناوب نمونه‌گیری و به کارگیری تعمیرات پیشگیرانه منظم، موجب افزایش طول دوره‌های تحت کنترل (ARL1) و کاهش احتمال وقوع خرابی‌های تصادفی می‌شود.

از منظر نظری، مدل‌های یکپارچه نگهداری-کیفیت مبتنی بر مفاهیم کنترل بهینه (Optimal Control Theory) نیز توسعه یافته‌اند (Jeong et al., 2017). در این چارچوب، تصمیمات مربوط به تعمیرات و کنترل کیفیت به عنوان متغیرهای حالت و کنترل در یک سیستم پویا مدل‌سازی می‌شوند. این رویکرد امکان تحلیل بلندمدت رفتار سیستم را فراهم می‌سازد و نشان می‌دهد که چگونه سیاست‌های نگهداری و کنترل کیفیت می‌توانند به طور هم‌زمان پایداری فرآیند و بهره‌وری را افزایش دهند (Makis, 2016).

در سطح کاربردی، مطالعات موردی متعددی در صنایع مختلف انجام شده است. برای مثال، (Keller & Noori, 2020) نشان داد که افزایش احتمال خروج فرآیند از کنترل با افزایش هزینه‌های نقص ارتباط مستقیم دارد و لذا طراحی بهینه نمودار کنترل می‌تواند از افزایش این هزینه‌ها جلوگیری کند. همچنین، (Voros, 2019) با بررسی فرسایش ابزار در فرآیندهای تولیدی به این نتیجه رسید که نگهداری منظم می‌تواند نقش مؤثری در جلوگیری از انحراف میانگین فرآیند ایفا کند. در همین راستا، (Zhou et al., 2023) و (Panagiotidou & Tagaras, 2017) با استفاده از الگوریتم‌های ترکیبی، توانستند نرخ خرابی سیستم و هزینه‌های کل را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش دهند.

مطالعات تاریخی‌تر نیز پایه‌های این رویکرد را تقویت کرده‌اند. برای نمونه، (Taguchi, 2014) مفهوم «تابع زیان کیفیت» را مطرح کرد که بیان می‌کند هرگونه انحراف از مقدار هدف حتی در محدوده تolerانس، موجب زیان اقتصادی می‌شود. بر همین اساس، مدل‌های یکپارچه تلاش می‌کنند تا با کاهش انحراف فرآیند از مقدار هدف و جلوگیری از خرابی تجهیزات، کل زیان اقتصادی را حداقل کنند. به طور مشابه، (Peters et al., 2016) و (Brandolese et al., 2011) بر اهمیت هزینه‌های غیرمستقیم کیفیت و تأثیر آن بر تصمیمات نگهداری تأکید کرده‌اند. در دهه اخیر، توجه محققان به نقش تحلیل حساسیت در بهینه‌سازی مدل‌های نگهداری و کنترل کیفیت افزایش یافته است. تحلیل حساسیت امکان بررسی اثر تغییر پارامترهایی مانند نرخ خرابی، انحراف معیار مشخصه کیفی و هزینه‌های نگهداری را بر تابع هدف فراهم می‌سازد (Chand, 2015). به عنوان مثال، (Rahim & Ben-Daya, 2018) گزارش داد که نرخ خرابی ماشین و انحراف استاندارد کیفیت بیشترین تأثیر را بر هزینه کل دارند و تغییرات جزئی در این پارامترها می‌تواند رفتار سیستم را دگرگون سازد.

از نظر الگوریتمی، الگوریتم‌های ترکیبی جدید مانند الگوریتم بهینه‌سازی خاکستری-ژنتیک و الگوریتم جست‌وجوی ممنوع (Tabu Search) برای حل مسائل غیرخطی و چندهدفه نگهداری و کنترل کیفیت توسعه یافته‌اند (Zhou et al., 2023). پژوهش (Leng et al., 2016)

نشان می‌دهد که ادغام این الگوریتم‌ها با مدل‌های شبیه‌سازی مونت کارلو موجب افزایش دقت در تخمین پارامترهای تصمیم و کاهش خطای مدل می‌شود.

به لحاظ مدیریتی، مفهوم قابلیت اطمینان (Reliability) و در دسترس بودن (Availability) نیز در طراحی مدل‌های یکپارچه مورد توجه قرار گرفته‌اند (Lee & Rosenblatt, 2010). در مدل‌های جدید، هدف تنها کاهش هزینه نیست، بلکه بهینه‌سازی هم‌زمان هزینه، قابلیت اطمینان و کیفیت مدنظر است (Garg & Deshmukh, 2015). این رویکرد سه‌بعدی می‌تواند به‌عنوان پایه‌ای برای طراحی سیستم‌های نگهداری هوشمند در صنایع نسل چهارم (Industry 4.0) مورد استفاده قرار گیرد.

مطالعات (Black & Mejabi, 2013) و (Rahim & Ben-Daya, 2015) نشان داده‌اند که اجرای هم‌زمان سیاست‌های کنترل کیفیت و تعمیرات پیشگیرانه باعث کاهش تعداد وضعیت‌های خارج از کنترل و افزایش نسبت محصولات سالم می‌شود. همچنین، (Raafat, 2012) نشان داد که مدل‌های مستقل قادر به توضیح کامل نوسانات عملکرد فرآیند نیستند و تنها مدل‌های تلفیقی می‌توانند پویایی واقعی سیستم را بازتاب دهند.

در جمع‌بندی مبانی نظری و پژوهشی، می‌توان گفت که مدل‌های بهینه‌سازی یکپارچه نگهداری و کنترل کیفیت، از حالت مفهومی فراتر رفته و به ابزارهای عملی برای تصمیم‌گیری مدیریتی در صنایع مختلف تبدیل شده‌اند (Ben-Daya & Rahim, 2023). این مدل‌ها نه تنها به کاهش هزینه‌های مستقیم تولید کمک می‌کنند، بلکه موجب ارتقای کیفیت محصول، افزایش قابلیت اطمینان تجهیزات و بهبود بهره‌وری کل سیستم می‌شوند (Khouja & Mehrez, 2017).

بر این اساس، هدف پژوهش حاضر توسعه و آزمون یک مدل ریاضی فراابتکاری برای تعیین فاصله‌های بهینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و پارامترهای کنترل کیفیت تجهیزات در تصفیه‌خانه فاضلاب شهرک صنعتی ارومیه است.

روش‌شناسی

روش تحقیق در پژوهش حاضر از نظر هدف کاربردی است. همچنین از نظر شیوه جمع‌آوری اطلاعات میدانی و از نظر ماهیت توصیفی از شاخه پیمایشی می‌باشد. از منظر نوع متغیرهای مورد بررسی در این تحقیق (متغیرهای کمی) یک تحقیقی کمی محسوب می‌شود. در این تحقیق یک مدل یکپارچه شده را با تلفیق دو مدل کنترل کیفیت و نگهداری و تعمیرات ارائه شده است. بدین ترتیب که با بررسی همه روابط و وابستگی‌های مشترک بین نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت در یک سیستم تک ماشین و تک مؤلفه با یک نوع محصول تولیدی، مدلی که همه جنبه‌های نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت را در بر می‌گیرد، ارائه شده است. نکته قابل توجه این است که آیا مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل مستقل، کارتر و مناسب تر خواهد بود یا خیر. بر این اساس مدل یکپارچه شده خود را با دو مدل مستقل نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت مقایسه کرده و با به کارگیری یک مدل عددی و محاسباتی در هر دو مدل، مشخص شد کدام مدل جواب بهتری ارائه می‌دهد. جهت این کار ابتدا مسئله را به صورت دو مدل مستقل کنترل کیفیت و نگهداری و تعمیرات، تجزیه کردیم و سپس با یک فرمول عددی کارایی دو مدل یکپارچه و مستقل را مقایسه کرده تا مشخص شد کدام مدل جواب بهینه تری را ارائه می‌دهد. مدل موردبررسی می‌تواند مقدار بهینه هر یک از چهار متغیر تصمیم را معین کند. یعنی اندازه نمونه (n)، زمان تناوب نمونه‌گیری (h)، ضریب حد کنترل (k)، و فاصله‌های زمانی تعمیر پیشگیرانه (t_{PM})، که هزینه کل مورد انتظار حال از یکپارچه سازی در واحد زمان را حداقل می‌کند. یک سیستم تولید شامل یک ماشین تولید کننده محصولات با نرخ تولید ثابت (در ساعت) بر یک اساس پیوسته (سه شیفت هفت ساعته، شش روز در هفته) در نظر بگیرید. همچنین یک ماشین را با یک مؤلفه، در نظر بگیرید. خرابی‌های ماشین در این مدل به دو حالت خرابی زیر تقسیم می‌شوند:

(۱) حالت خرابی نوع اول (FM_1): خرابی ماشین فوراً مشخص می‌شود.

۲) حالت خرابی نوع دوم (FM_2): خرابی ماشین بعد از تولید به دلیل انتقال میانگین فرایند در بحث کیفیت فرایند، مشخص می‌شود. مشابه این طبقه بندی مورد استفاده لاد و کولکارنی [Lad, B.K. and Kulkarni]، قرار گرفته است. آن‌ها خطا و عیب ابزار ماشین را زمانی که ماشین از کار بیفتد یا ماشین کار کند و آمار برگشت خوردن محصولات زیاد شود، تعریف کردند. این به این معنی است که، اگر یک خطا رخ داد، ضرورت ندارد که فوراً شناسایی شود، و کار ماشین متوقف شود، بلکه این ممکن است بر روی کیفیت محصول تولید شده تاثیر بگذارد. به عنوان مثال، در یک ماشین صافکاری اگر تسمه بریده شود، کار ماشین بلافاصله متوقف می‌شود. ولی اگر، قطعه‌ای در ماشین شل شود، ماشین همچنان کار می‌کند، ولی ممکن است با کیفیتی نازل تر تولید شود. مد نظر قرار دادن این انواع خطا ضرورت دارد و بر حسب هزینه‌های خطا، که ممکن است در شرایط خاصی در تصمیمات برنامه ریزی نگهداری و تعمیرات باشند. خطاهای متعلق به دسته دوم را می‌توان خطاهای جزئی در نظر گرفت و توسط بلک و مجابی [Black, J. and Mejabi]، بعنوان تنزل در عملکرد یک ماشین بدون وجود خطای کامل، تعریف شوند. بنابراین، مسئله بطور تلفیقی، بهینه کردن پارامترهای طراحی برای تعمیر نگهداری پیشگیرانه و سیاست کیفیت فرایند، می‌باشد. (2013, Black, J.)

حال فرض‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

نگهداری و تعمیرات اصلاحی ذاتا حداقل می‌باشد، یعنی بعد از فعالیت اصلاحی، عمر تجهیزات تغییری نمی‌کند و زمان فعالیت اصلاحی نیز جزو عمر تجهیزات محسوب می‌شود.

نگهداری و تعمیرات ذاتا ناقص است، یعنی بطور کامل مشکل را حل نمی‌کند و ممکن است باز دچار مشکل شویم.

برای کنترل کیفیت فقط یک مشخصه را مد نظر قرار می‌دهیم که این مشخصه CTQ_1 می‌اشد.

فرایند تولید از حالت تحت کنترل شروع می‌شود. میانگین و انحراف معیار CTQ به ترتیب μ و σ می‌باشد.

یک ایراد مشخص که بطور تصادفی اتفاق می‌افتد، باعث می‌شود که میانگین فرایند زمانی که σ ثابت باقی می‌ماند، از μ_0 به $\mu_1 = \delta + \mu_0$ انتقال پیدا کند

فرایند توسط نمودار کنترل $\bar{X}$ پایش می‌شود.

نماد گذاری شاخص‌های مورد نیاز برای بررسی در مدل ریاضی مورد نظر :

ARL_{2E} : میانگین زمانی نمونه وقتی فرایند به دلیل خارجی و محیطی در حالت خارج از کنترل قرار دارد.

$ARL_{2M/C}$: میانگین زمانی نمونه وقتی فرایند به دلیل استهلاک ماشین در حالت خارج از کنترل قرار دارد.

ARL_1 : میانگین زمانی نمونه وقتی فرایند در حالت تحت کنترل قرار دارد.

K : ضریب حد کنترل

C_{Ip} : هزینه توقف تولید

C_{Rej} : هزینه برگشت محصول

$C_{resetting}$: هزینه بازگرداندن فرایند به حالت اول

prd_E : زمان ارزیابی شده کلی

$[C_{CM}]_{FM_1}$: هزینه مورد انتظار نگهداری و تعمیرات اصلاحی به دلیل خطای حالت اول

C_{PM} : هزینه مورد انتظار انجام نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

$E[T_{Cycle}]$: طول دوره فرایند

T_1 : زمان لازم برای تعیین رخ دادن دلیل مشخص

$E[T_{restore}]$: زمان لازم برای بازگرداندن فرایند به حالت اول یا تعمیر ماشین اگر فرایند به دلیل محیطی یا استهلاک ماشین به حالت خارج از کنترل رفته باشد.

$[TCQ]_{process-failure}$: هزینه تنزل کیفیت به دلیل نقص فرایند

λ_1 : نرخ خرابی فرایند به دلایل محیطی و خارجی

λ_2 : نرخ خرابی ماشین به دلیل استهلاک ماشین

C_{FCCM} : هزینه ثابت عملیات نگهداری و تعمیرات اصلاحی

C_{FCPM} : هزینه ثابت عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

LC: هزینه نیروی کار نگهداری و تعمیرات

MT_{CM} : میانگین زمان لازم برای نگهداری و تعمیرات اصلاحی

MT_{PM} : میانگین زمان لازم برای نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

N_f : میانگین تعداد خرابی‌ها

t_{PM} : فاصله زمانی انجام فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات

β_E : احتمال خطای نوع دوم به دلیل خارجی

$\beta_{M/C}$: احتمال خطای نوع دوم به دلیل استهلاک ماشین

P_{FM_1} : احتمال رخ دادن حالت خرابی اول

P_{FM_2} : احتمال رخ دادن حالت خرابی دوم

λ : نرخ خرابی فرایند

PR: نرخ تولید

n: اندازه نمونه

T_s : زمان نمونه گیری

α : خطای نوع اول

h: فاصله زمانی بین نمونه گیری

اگر FM_1 رخ دهد، ماشین بلافاصله متوقف می‌شود. عملیات اصلاحی برای تعمیر ماشین اعمال می‌شوند. بنابراین، هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی $([C_{CM}]_{FM_1})$ ، شامل هزینه زمان بیکاری، هزینه تعمیر و بازگرداندن ماشین به حالت اول، می‌باشد. تاثیرات FM_2 تابعی از ماشین و افزایش سطح برگشت محصول می‌باشد. به عبارت دیگر، FM_2 بر نرخ بازگشت فرایند، تاثیر می‌گذارد. فرض می‌شود که هر موقع که FM_2 نمایان شد، فرایند بلافاصله متوقف شود و عملیات اصلاحی برای تعمیر و بازگرداندن فرایند به شرایط نرمال، اعمال شود. علاوه بر وجود خطاها به دلیل FM_2 ، فرایند ممکن است به دلایل خارجی (E) مثل تاثیرات محیطی، اشتباهات عملگرها، به کار گیری اشتباهی ابزار و... تنزل کند. فرایند به حالت خارج از کنترل بر می‌گردد اگر یک اتفاق خارجی (E) نمایان شود.

پیدا کردن FM_2 یا دلیل خارجی (E) توسط پایش فرایند حاصل می‌شود. در این کار یک مکانیسم نمودار کنترل، برای پایش فرایند، در نظر گرفته خواهد شد فرض بر این است که پارامترهای طراحی نمودار کنترل، اندازه نمونه (n)، فاصله زمانی نمونه گیری (h)، ضریب (k) جهت تعیین فاصله بین خط مرکزی حد کنترل وجود داشته باشند. بنابراین هزینه کل نقص فرایند به دلیل FM_2 و E، یعنی $[TCQ]_{process-failure}$ ، شامل هزینه بیکاری ماشین، هزینه برگشت محصول به دلیل انتقال فرایند، هزینه تعمیر، هزینه نمونه گیری و بازرسی و هزینه انحراف از مقدارهای مورد هدف برای CTQ خواهد بود.

علاوه بر فعالیت اصلاحی، ماشین دستخوش نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه برای حداقل کردن زمانهای بیکاری غیره منتظره می‌شود. در این تحقیق نگهداری و تعمیرات ناقص در نظر گرفته می‌شود. یعنی بعد از عملیات تعمیر پیشگیرانه، تجهیزات حالتی بین حالت خوب اولیه و حالت قبل از تعمیر دست می‌یابند. تعداد نقص‌ها بعد از PM کاهش می‌یابد. یعنی هر دو نقص FM_1 و FM_2 کاهش پیدا می‌کنند. کاهش در FM_2 باعث کاهش هزینه‌های کیفیت مربوط به عملیات در حالت خارج از کنترل می‌شود. هر چند نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، مقداری از منابع و زمان را مصرف می‌کند که می‌تواند صرف تولید شود. هزینه PM، C_{PM} شامل هزینه بیکاری فرایند و هزینه فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه خواهد بود.

تشریح قسمت نگهداری و تعمیرات مدل:

در این مدل فقط بحث نگهداری و تعمیرات در یک سیستم ارائه می‌شود و فرض بر این است که فقط موضوع نگهداری و تعمیرات بررسی می‌گردد. هدف، پیدا کردن یک فاصله زمانی بهینه برای اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه می‌باشد بطوریکه تابع هزینه ناشی از نگهداری و تعمیرات گردد. در این قسمت بحث کنترل کیفیت در نظر گرفته نمی‌شود. اینکه ممکن است کیفیت محصولات تولید شده تنزل پیدا کنند نادیده گرفته می‌شود. در این مرحله تابع هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی، تابع هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، هزینه نگهداری و تعمیرات در یک دوره برنامه ریزی شده و فاصله زمانی بهینه برای اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (t_{PM}) توسط حداقل سازی C_{MP} به دست می‌آید.

تشریح قسمت کیفیت مدل:

در این قسمت فقط جنبه کنترل کیفیت در سیستم موجود در نظر گرفته و بحث نگهداری و تعمیرات نادیده گرفته می‌شود. بنابراین مدل دوره زمانی متفاوتی دارد. یعنی $E[T_{cycle}]$ نسبت به مدل یکپارچه شده، دچار تغییرات می‌شود. دلیل این تغییرات هم واضح می‌باشد. چون در این مدل دیگر بحث استهلاک و فرسایش ماشین و خرابی‌هایی که مربوط به ماشین می‌باشند و نیاز به تعمیرات پیدا می‌کنند، مطرح نیست و نرخ خرابی فقط به دلایل خارجی و محیطی، بستگی دارد. در واقع اگر بحث نیاز ماشین به نگهداری و تعمیرات در نظر گرفته نشود، تنها چیزی که بر روی کیفیت محصولات تولید شده اثر می‌گذارد، عوامل خارجی و محیطی می‌باشد. در مرحله طول دوره در مدل کنترل کیفیت $(E[T_{cycle}]_{SPC})$ ، نرخ خرابی فقط که مختص عوامل خارجی و محیطی می‌باشند، تابع هزینه کنترل کیفیت در واحد زمان، محاسبه خواهد شد

تشریح بهینه سازی مدل:

مسئله مورد بحث در این تحقیق، تعیین مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم (n, h, k, t_{PM}) می‌باشد به طوریکه هزینه کل را در واحد زمان $([TCT]_{Maintenance*Quality})$ حداقل کند. باید توجه داشت که عمر تجهیزات بعد از یک نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بر حسب عامل ترمیم و بازگشت مجدد، کاهش یابد. هزینه کل در واحد زمان نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و سیاست نمودار کنترل $([TCT]_{Maintenance*Quality})$ ، نسبت جمع هزینه کل کنترل کیفیت $([TCQ]_{process-failure})$ ، هزینه کل نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (C_{PM}) و هزینه کل خرابی ماشین $([C_{CM}]_{FM_1})$ ، به زمان ارزیابی، می‌باشد. هزینه بوجود آمده بدلیل FM_2 ، شامل هزینه کنترل کیفیت فرایند می‌باشد. بنابراین هزینه کل در واحد زمان برای مدل یکپارچه شده محاسبه خواهد شد.

. بنابراین مسئله بهینه سازی را می‌توان بصورت زیر فرمول بندی کرد

Minimise $[TCT]_{Maintenance*Quality}$

Subject to

$$a_1 \leq n \leq b_1$$

$$a_2 \leq h \leq b_2$$

$$a_3 \leq k \leq b_3$$

$$a_4 \leq t_{PM} \leq b_4$$

$$n, h, k, t_{PM} \geq 0$$

رابطه: (۱)

که a_i و b_i مقادیر حدود بالا و پایین متغیرهای تصمیم می‌باشند. مدل‌های هزینه مورد انتظار برای نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و نگهداری و تعمیرات اصلاحی به دلیل FM_1 و هزینه نقص فرایند به دلیل FM_2 و همچنین به دلایل خارجی را برای زمان ارزیابی داده شده محاسبه می‌شوند. مدل مورد بررسی می‌تواند مقدار بهینه هر یک از چهار متغیر تصمیم را معین کند. یعنی اندازه نمونه (n)، زمان تناوب نمونه گیری (h)، ضریب حد کنترل (k)، و فاصله‌های زمانی تعمیر پیشگیرانه (t_{PM})، که هزینه کل مورد انتظار حال از یکپارچه سازی در واحد زمان را حداقل می‌کند.

مدل هزینه برای نگهداری و تعمیرات اصلاحی به دلیل FM_1 $([C_{CM}]_{FM_1})$

برای تخمین زدن هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی به دلیل FM_1 و نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، تحلیلگر باید اطلاعات زیر را داشته باشد:

مقدار زمانی که تجهیزات برای عملیات CM/PM نیاز دارند. این مقدار می‌تواند شامل زمان انجام نگهداری و تعمیرات و همچنین تاخیرهای منطقی باشد. یعنی منتظر ماندن برای نیروی کار، مواد مورد نیاز و...

هزینه CM/PM شامل زمان از کار افتادن ماشین، نیروی کار، مواد مورد نیاز و دیگر هزینه ها.

احتمال اینکه تجهیزات به دلیل حالت خرابی بخصوصی خراب خواهند شد.

برای هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی باید عامل‌های زیر را داشته باشیم:

میانگین زمان لازم برای نگهداری و تعمیرات اصلاحی: MT_{CM}

نرخ تولید سیستم: PR

هزینه متوقف شدن تولید در هنگام انجام عملیات نگهداری و تعمیرات اصلاحی: C_{Ip}

هزینه نیروی کار انجام دهنده عملیات نگهداری و تعمیرات اصلاحی: LC

هزینه ثابت عملیات نگهداری و تعمیرات اصلاحی: C_{FCCM}

احتمال رخ دادن خرابی حالت اول: P_{FM_1}

میانگین تعداد خرابی‌ها: N_f

هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی به دلیل FM_1 به شکل زیر محاسبه شده است:

$$[C_{CM}]_{FM_1} = \{MT_{CM} \cdot [PR \cdot C_{Ip} + LC] + C_{FCCM}\} \times P_{FM_1} \times N_f$$

رابطه: (۲)

که در آن $\{MT_{CM} \cdot [PR \cdot C_{Ip} + LC] + C_{FCCM}\}$ هزینه از کار افتادن ماشین به دلیل نگهداری و تعمیرات اصلاحی می‌باشد. در معادله

(۲) متغیر t_{PM} می‌باشد که N_f تابعی از آن می‌باشد و در آن نهفته است که در ادامه به این رابطه پرداخته شده است.

مدل هزینه جهت نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (C_{PM})

برای به دست آوردن مدل هزینه برای نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه باید موارد زیر مد نظر قرار گیرد:

میانگین زمان لازم برای نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه: MT_{PM}

نرخ تولید سیستم: PR

هزینه متوقف شدن تولید در هنگام انجام عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه: C_{Ip}

هزینه نیروی کار انجام دهنده عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه: LC

هزینه ثابت عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه: C_{FCPM}

احتمال رخ دادن خرابی حالت دوم : P_{FM_2}

زمان دوره ارزیابی شده کل : prd_E

هزینه کل مورد انتظار عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، بصورت زیر خواهد بود:

$$C_{PM} = \{MT_{PM} \cdot [PR \cdot C_{lp} + LC] + C_{FCPM}\} \times \frac{prd_E}{t_{PM}}$$

رابطه: (۳)

که $\{MT_{PM} \cdot [PR \cdot C_{lp} + LC] + C_{FCPM}\}$ هزینه از کار افتادن ماشین به دلیل نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه می‌باشد و $\frac{prd_E}{t_{PM}}$ تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه می‌باشد که به سمت عدد صحیح کوچکتر گرد می‌شود. مشابه این نوع هزینه‌های نگهداری و تعمیرات را پاندی و مکراند برای ارائه مدلی که در آن هزینه‌های بازگشت محصول توسط مشتری بهینه می‌شود، انجام داده اند. در مطالعه‌های جدید، تعداد نگهداری و تعمیرات اصلاحی توسط شبیه سازی نقصهای ماشین برای دوره ارزیابی داده شده، بدست آمده است که در بخش بعد توضیح داده شده است.

مدل هزینه به دلیل تنزل کیفیت به خاطر نقص فرایند:

در این اینجا ابتدا هزینه کل نقص فرایند $[TCQ]_{process-failure}$ محاسبه شده است. سپس به محاسبه طول دوره $E[T_{Cycle}]$ می‌پردازیم. طول دوره به عنوان زمان مورد انتظار بین دوره‌های تحت کنترل پشت سرهم تعریف شده است. هزینه‌هایی وجود دارد که در طول دوره تحت کنترل، به دلیل نمونه گیری فرایند، نقص محصولات تولید شده و هزینه هشدار اشتباهی، رخ خواهد داد. وقتی که فرایند از حالت تحت کنترل خارج می‌شود فرض شده است که بدون مداخله، فرایند نمی‌تواند به حالت تحت کنترل برگردد. برای برگشت به حالت تحت کنترل نیز مجدداً هزینه‌هایی مانند ارتقای سطح محصول تولید شده، نمونه گیری، تعمیر و بازگرداندن، هزینه جستجوی دلیل، هزینه متوقف شدن فرایند و... وجود دارد. بعد از این یک دوره تمام می‌شود و دوره‌های بعدی شروع می‌شوند.

به دست آوردن مدل هزینه کنترل کیفیت فرایند :

در این قسمت، هزینه مورد انتظار کنترل کیفیت فرایند به هزینه‌هایی تجزیه شده است. این هزینه‌ها عبارتند از:

هزینه مورد انتظار برای پیدا کردن دلیل مشخص،

هزینه نمونه گیری،

هزینه مورد انتظار برای عملکردها در حالت خارج از کنترل،

هزینه مورد انتظار بازگرداندن فرایند در حالتی که به دلیل فرسایش ماشین یا دلایل خارجی و محیطی، به حالت خارج از کنترل می‌رود.

فرض شده است C_F هزینه ثابت نمونه گیری و C_V هزینه متغیر نمونه گیری باشد. بنابراین هزینه مورد انتظار نمونه گیری در یک دوره، جمع هزینه ثابت و متغیر در واحد زمان، به صورت زیر می‌باشد (Batun, S. and Azizoglu, M., 2016).

$$E[C_{sampling}] = (C_F + C_V \cdot n) \times \left(ARL2_{M/C} \times \frac{\lambda_2}{\lambda} + ARL2_E \times \frac{\lambda_2}{\lambda} \right)$$

رابطه (۴)

حال به محاسبه هزینه مورد انتظار ناشی از کمبود کیفیت در حالت خارج از کنترل می‌پردازیم و در واقع هزینه محصولات تولید شده معیوب را وقتی که فرایند در حالت خارج از کنترل می‌باشد، به دست می‌آوریم. این هزینه برابر است با:

هزینه بازگشت محصول وقتی که فرایند به دلیل نقص ماشین در حالت خارج از کنترل قرار می‌گیرد، می‌شود:

$$E[C_o]_{M/C} = (PR \times P_{M/C} \times C_{Rej}) \times \{ (h + n \cdot T_s) \times (ARL2_{M/C} \times \frac{\lambda_2}{\lambda} + ARL2_E \times \frac{\lambda_1}{\lambda}) - \tau + T_1 \} \times (\frac{\lambda_2}{\lambda})$$

رابطه (۵)

و هزینه بازگشت وقتی که فرایند به دلیل یک عامل خارجی و محیطی به حالت خارج از کنترل در می‌آید، می‌شود:

$$E[C_o]_E = (PR \times P_E \times C_{Rej}) \times \{ (h + n.T_s) \times (ARL2_{M/C} \times \lambda_2/\lambda + ARL2_E \times \lambda_1/\lambda) - \tau + T_1 \} \times (\lambda_1/\lambda)$$

رابطه (۶)

P_E و $P_{M/C}$ به ترتیب احتمال تولید محصول معیوب به دلیل استهلاک ماشین و دلایل خارجی و محیطی می باشد و از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{M/C} = 1 - \Pr(LSL \leq X \leq USL) = 1 - \Pr\left(\frac{LSL - (\mu + \delta_{M/C})}{\sigma} \leq N(0,1) \leq \frac{USL - (\mu + \delta_{M/C})}{\sigma}\right)$$

$$P_E = 1 - \Pr(LSL \leq X \leq USL) = 1 - \Pr\left(\frac{LSL - (\mu + \delta_E)}{\sigma} \leq N(0,1) \leq \frac{USL - (\mu + \delta_E)}{\sigma}\right)$$

رابطه (۷)

USL, LSL حدود مشخصات (ترلانس) بالا و پایین کیفیت می باشد.

فرض می شود $C_{resetting}$ هزینه برای پیدا کردن و به حالت اول بازگرداندن دلیل مشخص به دلایل خارجی باشد. مقدار مورد انتظار هزینه $C_{resetting}$ می شود:

$$E[C_{resetting}] = [C_{resetting} \times T_{resetting}] \times (\lambda_1/\lambda)$$

رابطه (۸)

هزینه مورد انتظار فعالیت نگهداری و تعمیرات اصلاحی به دلیل خطای FM_2 و پیدا کردن و تعمیر دلیل مشخص به دلیل عامل خرابی ماشین، می شود:

$$E[C_{Repair}]_{FM_2} = \{ (MT_{CM}) \cdot [PR \cdot C_{Ip} + LC] + C_{FCCM} \} \times (\lambda_2/\lambda)$$

رابطه (۹)

این هزینه شامل متوقف شدن تولید، هزینه نیروی کار و هزینه ثابت نگهداری و تعمیرات اصلاحی می باشد. بنابراین هزینه مورد انتظار خرابی فرایند در دوره مورد نظر به صورت زیر خواهد شد:

$$E[C_{process}] = E[C_{sampling}] + E[C_o]_{M/C} + E[C_o]_E + E[C_{resetting}] + E[C_{Repair}]_{FM_2}$$

رابطه (۱۰)

فرض می شود خرابی فرایند به طور طبیعی تکرار شده است. یعنی هر دفعه، وقتی که فرایند از حالت تحت کنترل به حالت خارج از کنترل انتقال پیدا می کند و دوباره به حالت اول باز می گردد، زمان دوره یکی خواهد بود. (یعنی طول دوره ثابت خواهد بود). اگر M دوره خرابی فرایند در یک زمان ارزیابی شده داشته باشیم، هزینه کل خواهد بود:

$$[TCQ]_{process-failure} = [E(C_{process})] \times M$$

$$M = \frac{prd_E}{E[T_{cycle}]}$$

رابطه (۱۰)

محاسبه طول دوره فرایند: $E[T_{cycle}]$:

زمان دوره مورد انتظار جمع عبارات زیر است:

مدت زمان مورد نظر برای رخ دادن دلیل مشخص،

مدت زمان مورد نظر برای تحلیل و بررسی یک نمونه و نمودار نتایج،

مدت زمان مورد نظر تا زمانی که نمودار نشانه خروج از حالت تحت کنترل را به ما بدهد،

مدت زمان مورد نظر برای کشف و تحلیل دلیل مشخص که رخ داده است،

مدت زمان مورد نظر برای به حالت اول برگرداندن فرایند، اگر نقص به علت وجود یک دلیل خارجی باشد و یا تعمیر فرایند اگر نقص به دلیل FM_2 باشد.

فرض شده است که زمان حالت تحت کنترل از توزیع نمایی با میانگین $1/\lambda$ پیروی می‌کند. مقدار نرخ خرابی اگر نمونه‌های گرفته شده در بحث آماری مستقل باشند، پس داریم:

$$ARL1 = 1/\alpha$$

رابطه: (۱۱)

که α مساوی است با:

$$\Pr(\text{out of control signal} | \text{process is in control}) \alpha = 2 F(-k)$$

رابطه: (۱۲)

F توزیع تجمعی نرمال خواهد بود.

نرخ خرابی فرایند: λ

ضریب حد کنترل: k

دوره تناوب نمونه گیری: h

فرض کنید τ زمان مورد انتظار رخداد یک دلیل مشخص باشد وقتی که دلیل مشخص بین نمونه i ام و $i+1$ ام رخ دهد. بنابراین

$$\tau = h/2$$

رابطه: (۱۳)

پس τ مستقل از i می‌باشد (Anderson, J.C., 2018)

که $ARL2$ میانگین طول دوره وقتی که فرایند به یک حالت خارج از کنترل انتقال پیدا کرده است، می‌باشد. و اگر نمونه‌های گرفته شده مستقل باشند، طبق بحث کنترل کیفیت:

$$ARL2_{M/C} = 1/(1 - \beta_{M/C})$$

رابطه: (۱۴)

$$ARL2_E = 1/(1 - \beta_E)$$

رابطه: (۱۵)

$$E = \Pr(LCL \leq \bar{x} \leq UCL | \mu = \mu_1 = \mu_0 + \delta_E \sigma_p) \beta$$

رابطه: (۱۶)

$$\beta_{M/C} = \Pr(LCL \leq \bar{x} \leq UCL | \mu = \mu_1 = \mu_0 + \delta_{M/C} \sigma_p)$$

رابطه: (۱۷)

از آنجایی که $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma_p^2/n)$ و حدود بالا و پایین کنترل برابر هستند با:

$$UCL = \mu_0 + k \sigma_p / \sqrt{n}$$

رابطه: (۱۸)

$$LCL = \mu_0 - k \sigma_p / \sqrt{n}$$

رابطه: (۱۹)

پس خواهیم داشت:

$$\beta_{M/C} = F\left(\frac{UCL - (\mu_0 + \delta_{M/C}\sigma_p)}{\sigma_p/\sqrt{n}}\right) - F\left(\frac{LCL - (\mu_0 + \delta_{M/C}\sigma_p)}{\sigma_p/\sqrt{n}}\right)$$

رابطه: (۲۰)

$$\beta_E = F\left(\frac{UCL - (\mu_0 + \delta_E\sigma_p)}{\sigma_p/\sqrt{n}}\right) - F\left(\frac{LCL - (\mu_0 + \delta_E\sigma_p)}{\sigma_p/\sqrt{n}}\right)$$

رابطه: (۲۱)

که F نشانگر تابع توزیع انباشته نرمال استاندارد می باشد
معادلات بالا را می توان به صورت زیر ساده کرد:

$$\beta_{\frac{M}{C}} = F\left(k - \delta_{\frac{M}{C}}\sqrt{n}\right) - F\left(-k - \delta_{\frac{M}{C}}\sqrt{n}\right)$$

رابطه: (۲۲)

$$\beta_E = F(k - \delta_E\sqrt{n}) - F(-k - \delta_E\sqrt{n})$$

رابطه: (۲۳)

برای یک نمونه n تایی، زمان تحلیل نمونه ها و نتیجه نمودار برابر با $n.T_s$ می باشد. که T_s زمان مربوط به نمونه گیری می باشد.
زمان مورد انتظار از رخداد یک دلیل مشخص تا زمانی که فرایند در حالت خارج از کنترل می باشد، به صورت زیر خواهد بود:

$$\{(h + n.T_s) \times (ARL2_{M/C} \times \lambda_2/\lambda + ARL2_E \times \lambda_1/\lambda)\} - \tau$$

رابطه: (۲۴)

نرخ خرابی به دلایل خارجی و محیطی: λ_1

نرخ خرابی به دلیل فرسایش (استهلاک) ماشین: λ_2

فرض میکنیم T_1 زمان مورد انتظار برای پیدا کردن دلیل مشخص و $E[T_{restore}]$ زمان مورد انتظار برای به حالت اول بازگرداندن فرایند به دلایل خارجی یا خرابی ماشین در حالت خارج از کنترل، باشد. یک دلیل مشخص جستجو شده است، بازگردانی فرایند به نوع ایراد به وجود آمده بستگی دارد. مثلاً فرایند ممکن است به دلیل فرسایش ماشین یا دلایل خارجی و محیطی مشکل پیدا کرده باشد. زمان مورد انتظار برای بازگردانی یا تعمیر ($E[T_{restore}]$) به صورت زیر محاسبه می شود (Wang, W., 2020)

$$E[T_{restore}] = (T_{resetting} \times \lambda_1/\lambda + MT_{CM} \times \lambda_2/\lambda)$$

رابطه: (۲۵)

پس زمان یک دوره می شود:

$$E[T_{cycle}] = \{(h + n.T_s) \times (ARL2_{M/C} \times \lambda_2/\lambda + ARL2_E \times \lambda_1/\lambda)\} - \tau + T_1 + E[T_{restore}]$$

رابطه: (۲۶)

نرخ خرابی فرایند و ماشین:

تا اینجا یک مدل جهت یکپارچه سازی و تلفیق نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت ارائه گردید. حال باید به رابطه بین این دو موضوع پرداخته و در واقع بتوان روابط نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت را به یکدیگر ربط داد و در مجموع تابع هزینه کل را به صورت یکپارچه در آورد. بنابراین با به دست آوردن یک رابطه ریاضی جهت نرخ خرابی فرایند (λ) می توان این دو موضوع را در تابع هدف به یکدیگر مرتبط ساخت. در این پژوهش خرابی های ماشین به دو صورت در نظر گرفته شده است. یک نوع اینکه عملکرد ماشین به طور تدریجی دچار فرسایش و استهلاک میشود و دیگر اینکه عملکرد ماشین فوراً دچار مشکل می شود. احتمال رخداد خرابی های ماشین از اطلاعات قبلی در مورد خرابی های ماشین،

گرفته میشود. به طور مشابه، فرایند ممکن است به دلیل فرسایش و استهلاک ماشین و یا دلایل خارجی و محیطی دچار نقص شود. فرض کنید نرخ خرابی به دلیل استهلاک و فرسایش ماشین λ_2 و نرخ خرابی به دلایل خارجی و محیطی λ_1 باشد. بنابراین نرخ خرابی فرایند (λ) مجموع نرخ خرابی به دلیل فرسایش و استهلاک ماشین و نرخ خرابی به دلایل خارجی و محیطی خواهد بود.

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$$

رابطه: (۲۷)

نرخ خرابی به دلیل فرسایش و استهلاک ماشین را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\lambda_1 = \frac{1}{prd_E}$$

رابطه: (۲۸)

و نرخ خرابی به دلایل خارجی و محیطی مشخص خواهد بود:

$$\lambda_2 = \frac{1}{MTTF}$$

رابطه: (۲۹)

که MTBF میانگین زمان بین خرابی ها، می باشد.

N_f و MTTF با توجه به داده های هر مسئله محاسبه می شوند و اطلاعاتی در مورد بازه های زمانی عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و تعداد خرابی های رخ داده بین هر بازه ما را در محاسبه N_f و MTTF کمک می کند.

به دست آوردن N_f به عنوان تابعی از t_{PM} :

کاملاً روشن است که به دست آوردن تعداد خرابی ها به طور تحلیلی و دقیق برای یک دوره برنامه ریزی کوتاه مدت، کار غیر ممکن است. راه های مختلفی برای به دست آوردن N_f وجود دارد و برای رسیدن به تعداد خرابی ها در یک فرایند، مدل های زیادی پیشنهاد شده است. ولی اغلب وقت گیر و پیچیده بوده اند. در این پژوهش N_f را به عنوان تابعی از t_{PM} در نظر گرفته شده است و از روش تقریب رگرسیون استفاده شده است. ما با داشتن بازه های زمانی اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و تعداد خرابی در هر بازه در بازه های مختلف یک دوره، به مقدار تقریبی N_f دست پیدا می کنیم. در واقع خواهیم داشت (Yeung, T., 2018)

$$N_f = a(t_{PM})^b$$

رابطه: (۳۰)

توسط رگرسیون، مقادیر a, b را تخمین زده تا N_f بر حسب t_{PM} به دست آید.

برای جمع آوری اطلاعات در زمینه ادبیات و پیشینه تحقیق از روش کتابخانه ای استفاده شده است و با مطالعه کتاب ها، مقالات و تحقیقات دیگر پژوهشگران، جستجو در اینترنت و ملاقات حضوری با تعدادی از اساتید اطلاعات مورد نیاز جمع آوری گردید. برای جمع آوری اطلاعات مورد نظر در جهت پاسخ دهی علمی به سوالات تحقیق به ویژه نوع مدل ریاضی تعیین فاصله های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و پارامترهای کنترل کیفیت تجهیزات با رویکرد فراابتکاری از اسناد و مدارک واحد نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت فرایند تولید تصفیه خانه فاضلاب شهرک صنعتی شماره یک ارومیه به مدت ده ماه تولید استفاده شده است. در این تحقیق با توجه به مبانی نظری تحقیق که در ارتباط با موضوع مدل ریاضی تعیین فاصله های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و پارامترهای کنترل کیفیت تجهیزات با رویکرد فراابتکاری می باشد به جای فرضیه تحقیق سؤالاتی مطرح گردیده و مورد تحلیل قرار گرفته اند. سوال اصلی تحقیق بدین صورت بوده است که " چگونه میتوان مسئله برنامه ریزی نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت را در غالب یک مدل یکپارچه شده و بهینه طراحی کرد؟ از آنجایی که برای تست مدل و اجرای آن نیاز به داده های کمی و اسنادی میباشد و اکثر شرکتهای تولیدی بنا به دلایل مختلف ممکن است از ارائه داده خود داری کنند لذا با هماهنگی قبلی با تصفیه خانه فاضلاب شهرک صنعتی شماره یک ارومیه صحبت شد تا این مدل در آن مرکز تست و اجرا شود. با

توجه به فرایند تولید تصفیه خانه فاضلاب شهرک صنعتی شماره یک ارومیه کل فرایند مورد بررسی قرار گرفته و نمونه آماری انتخاب نشده است. با توجه به سوالات و محقق شدن اهداف تحقیق و به منظور آزمون سوالات تحقیق و بررسی یکپارچه مدل از فرمولهای محاسباتی و توابع هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی، تعمیرات پیشگیری، هزینه نگهداری و تعمیرات در یک دوره برنامه ریزی شده، فاصله زمانی بهینه برای اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (t_{PM})، تابع هزینه کنترل کیفیت و نمودارهای کنترل کیفیت و... استفاده شده است همچنین جهت بهینه سازی مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم (n, h, k, t_{PM}) یعنی اندازه نمونه (n)، زمان تناوب نمونه گیری (h)، ضریب حد کنترل (k)، و فاصله های زمانی تعمیر پیشگیرانه (t_{PM})، به طوریکه هزینه کل را در واحد زمان حداقل کند از مدل برنامه ریزی خطی حد دار استفاده شده است. جهت مقایسه تفاوت هزینه ای کل در حالت یک پارچه و مستقل تعمیرات و نگهداری و کنترل کیفیت از آزمون t زوجی و برای به دست آوردن تعداد خرابی ها N_f به طور تحلیلی و دقیق برای یک دوره برنامه ریزی در یک فرایند، از روش تقریب رگرسیون استفاده شده است.

یافته ها

نکته قابل توجه در این تحقیق این موضوع بوده است که آیا مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل مستقل، کارا تر و مناسب تر خواهد بود یا خیر. بر این اساس مدل یکپارچه شده خود را با دو مدل مستقل نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت مقایسه کرده و با به کارگیری یک مثال عددی در هر دو مدل، مشخص گردید کدام مدل جواب بهتری ارائه می دهد. جهت این کار ابتدا مسئله را به صورت دو مدل مستقل کنترل کیفیت و نگهداری و تعمیرات، تجزیه کرده و سپس با یک مثال عددی کارایی دو مدل یکپارچه و مستقل را مقایسه کرده تا دیده شود کدام مدل جواب بهینه تری را ارائه خواهد داد.

داده های عددی بدست آمده از جامعه آماری (جدول ۱) بر روی مدل پیاده سازی شده تا متغیرهای تصمیم بهینه بدست آورده شود. ماشین در سه شیفت هشت ساعته در ۷ روز هفته کار می کند. زمان اعمال فعالیت نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را ۷ واحد زمانی و زمان اعمال فعالیت نگهداری و تعمیرات اصلاحی ۱۲ واحد زمانی بوده است. فرایند در حالت تحت کنترل میباشد.

جدول ۱. مقدار پارامترهای مسئله بر اساس داده ها

داده	δ_E	$\delta_{M/C}$	T_s	T_0	T_1	$T_{resetting}$	C_F	C_v
مقدار	۱/۵	۰/۶	$\frac{20}{60}$	۱	۱	۲	۱۰۰	۵۰
داده	C_{Rej}	$C_{false-Alarm}$	C_{FCCM}	C_{FCPM}	C_{LP}	LC	C_{reset}	PR
مقدار	۲۸۰۰	۱۴۲۰	۱۲۰۰۰	۱۱۰۰	۵۴۰	۶۲۰	۵۶۰۰	۱۴

ما با توجه به داده های مربوط به مساله این داده ها را در مدل خود پیاده سازی کرده و مدل پیشنهادی توسط نرم افزار maple حل گشته است متغیرهای بهینه (طبق رابطه های ۱ تا ۳۰) به صورت زیر بدست آمدند:

$$(n^*, k^*, h^*, t_{PM}^*) = (11, 1.91, 7, 658)$$

$$f^*(11, 1.91, 7, 658) = 116$$

الف:--آزمون زوجی برای مقایسه هزینه قبل و بعد از اجرای مدل

جدول ۲. آمار توصیفی هزینه ها در یک دوره ۱۲ ماهه

Paired Samples Statistics					
	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean	
Pair ۱	۲۸۹.۱۲	۱۲	۳۲.۴	۱۴.۳	VAR۰۰۰۰۱
	۱۱۶	۱۲	۱۱.۸	۳.۵۴	VAR۰۰۰۰۲

متغیر شماره یک نشانگر هزینه‌های تعمیرات و نگهداری و کیفیت به طور یک پارچه (قبل از اجرای مدل) در یک دوره زمانی ۱۲ ماهه می‌باشد و متغیر شماره دو نشانگر هزینه‌های تعمیرات و نگهداری و کیفیت به طور یکپارچه (بعد از اجرای مدل) در یک دوره زمانی ۱۲ ماهه می‌باشد که میانگین هزینه‌های قبل از اجرای مدل برابر ۲۸۹.۱۲ واحد پولی، با انحراف معیار ۳۲.۴ و میانگین هزینه‌های بعد از اجرای مدل (تابع هزینه بهینه) برابر ۱۱۶ واحد پولی، با انحراف معیار ۱۱.۸ بوده است.

جدول ۳. آزمون معنی داری ارتباط هزینه‌ها (قبل و بعد) در یک دوره ۱۲ ماهه

Sig.	Correlation	N	VAR۰۰۰۰۱ & VAR۰۰۰۰۲	Pair ۱
.۶۷۱	.۰۲۲	۱۲		

با توجه به خروجی نرم افزار، میزان همبستگی هزینه‌های ۱۲ ماه قبل و بعد اجرای مدل ۰.۰۲ بوده و چون سطح معنی داری بیشتر از ۵ صدم می‌باشد ارتباط معنی دار نبوده و میتوان ادعا کرد همبستگی معنی داری بین این دو وجود ندارد.

جدول ۴. آزمون معنی داری مقایسه میانگین هزینه‌ها (قبل و بعد) در یک دوره ۱۲ ماهه

Paired Samples Test								
Sig. (2-tailed)	df	t	Paired Differences					
			95% Confidence Interval of the Difference		Std. Error Mean	Std. Deviation	Mean Difference	
			Upper	Lower				
.013	11	-5.370	197.86587	149.86587	12.25921	9.65	173.12	VAR.....1 - VAR.....2

با توجه به خروجی نرم افزار، میزان اختلاف میانگین دو روش هزینه‌های ۱۲ ماه قبل و بعد اجرای مدل ۱۷۳.۱۲ واحد پولی بوده و چون سطح معنی داری کمتر از ۵ صدم می‌باشد اختلاف معنی دار بوده و میتوان ادعا کرد میانگین هزینه‌های تعمیرات و کیفیت قبل و بعد اجرای مدل با هم برابر نبوده و این نابرابری معنی دار است.

ب- بررسی حساسیت تابع هزینه کل و متغیرهای تصمیم با تغییر بعضی داده‌ها

در این قسمت تحلیلی درباره داده‌ها و تاثیر آن‌ها بر متغیرهای تصمیم و تابع هزینه کل ارائه می‌گردد. هر یک از داده‌های C_F , C_V , C_{rej} , $T_{resetting}$, T_0 , T_1 , δ_E , $\delta_{M/C}$ را در دو سطح افزایش ۱۰٪ و ۲۰٪ بر روی مدل پیاده سازی کرده و تاثیر آن‌ها را بر متغیرهای تصمیم و تابع هدف بررسی می‌گردد.

جدول ۵. میزان تغییرات برخی پارامترهای مسئله در سطح ۱۰٪ و ۲۰٪

داده	مقدار اولیه	۱۰٪ (+)	۲۰٪ (+)
δ_E	۱/۵	۱/۶۵	۱/۸
$\delta_{M/C}$	۰/۶	۰/۶۶	۰/۷۲
T_0	۱	۱/۱	۱/۲
T_1	۱	۱/۱	۱/۲
$T_{resetting}$	۲	۲/۲	۲/۴
C_{rej}	۲۵۰۰	۲۷۵۰	۳۰۰۰
C_v	۵۰	۵۵	۶۰
C_F	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰

جدول ۶. مقادیر متغیرهای تصمیم و تابع هدف ما در سطوح‌های (۱۰٪) و (۲۰٪) +

داده	n	h	k	t_{pm}	$f(n, h, k, t_{pm})$
$\delta_E = 1/65$	۱۱	۷	۱/۹۰	۶۵۳	۱۱۸
$\delta_E = 1/8$	۱۰	۶	۱/۹۲	۶۵۵/۵	۱۲۰/۵
$\delta_{M/C} = 0/66$	۱۲	۸	۱/۸۵	۶۵۴	۱۱۹
$\delta_{M/C} = 0/72$	۱۱	۸	۱/۹	۶۵۴	۱۱۷
$T_0 = 1/1$	۱۲	۶	۱/۸	۶۵۲	۱۱۲
$T_0 = 1/2$	۱۲	۶	۱/۸	۶۵۲	۱۱۲
$T_1 = 1/1$	۱۲	۶	۱/۸	۶۵۲	۱۱۲
$T_1 = 1/2$	۱۲	۶	۱/۸	۶۵۲	۱۱۲
$T_{resetting} = 2/2$	۱۲	۶	۱/۹۵	۶۵۱	۱۱۳
$T_{resetting} = 2/2$	۱۲	۶	۱/۹	۶۵۲	۱۱۴
$C_{Rej} = 2750$	۱۳	۶	۱/۸۵	۶۵۰	۱۱۳
$C_{Rej} = 3000$	۱۳	۵/۵	۱/۸۵	۶۵۱	۱۱۵
$C_F = 110$	۱۲	۶	۱/۸	۶۵۲	۱۱۲/۵
$C_F = 120$	۱۳	۸	۱/۸۵	۶۵۲	۱۱۴/۵
$C_v = 550$	۱۱	۹	۱/۸	۶۵۱	۱۱۳
$C_v = 600$	۱۱	۹	۱/۸	۶۵۰	۱۱۴

همانطور که در جداول ۵ و ۶ ملاحظه می‌کنید با افزایش ۱۰ و ۲۰ درصدی داده‌های δ_E و $\delta_{M/C}$ مقدار تابع هدف و متغیرهای تصمیم دچار تغییر قابل ملاحظه‌ای می‌شوند، ولی با تغییر در دیگر داده‌ها شاهد تغییر محسوسی در مدل خود نمی‌باشیم و این نشان می‌دهد که اهمیت جلوگیری از انتقال فرایند به حالت خارج از کنترل و تغییر در میانگین انحراف معیار مشخصه کیفی مورد نظر بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

ج- پیاده سازی داده‌ها بر روی مدل مستقل

حال این سؤال مطرح می‌گردد که اگر از مدل مستقل استفاده نشود و مدل یکپارچه به کار گرفته نگردد، چه تفاوتی در مقدار تابع هدف بهینه رخ خواهد داد. برای این امر داده‌ها را در تابع هزینه کنترل کیفیت مستقل قرار داده و توسط نرم افزار maple حل می‌گردد. نتیجه به صورت زیر می‌باشد:

$$(n^*, k^*, h^*) = (10, 3.35, 8)$$

$$f^*(10, 3.35, 8) = 341.8$$

همانطور که ملاحظه می‌گردد مقدار تابع هزینه فقط در بخش کنترل کیفیت به تنهایی از هزینه کل در مدل یکپارچه که در آن نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت با هم مد نظر قرار داده شده اند، بیشتر است. (هزینه کل در مدل یکپارچه که در آن نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت با هم ۱۱۶ بوده است) در واقع در نظر گرفتن جنبه نگهداری و تعمیرات بر روی یک مدل کنترل کیفیت باعث می‌شود نظارت بر روی تجهیزات و ماشین‌های تولید حاکم شود و با نگهداری و تعمیرات تجهیزات و ماشین آلات، محصولات تولید شده مطابق با کیفیت مورد قبول تولید شوند و تولید محصولات با کیفیت مورد انتظار باعث کم شدن هزینه‌های مربوط به کنترل کیفیت می‌شود. در این مدل اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه باعث می‌شود که تعداد حالت‌های خارج از کنترل سیستم کمتر شود و درصد بیشتری از محصولات تولید شده در حالت تحت کنترل قرار گیرند و با تعیین مقادیر بهینه بازه‌های اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و پارامترهای کیفیت، تابع هزینه کل حداقل شود. طبق مثال بالا در مقایسه با حالتی که نگهداری و تعمیرات نادیده گرفته می‌شود، تابع هزینه بسیار کمتر می‌شود و می‌توان نتیجه گرفت که در نظر گرفتن نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در کنار کنترل کیفیت، بسیار مثر ثمر تر خواهد بود.

د-به دست آوردن N_f به عنوان تابعی از t_{PM}

کاملاً روشن است که به دست آوردن تعداد خرابی‌ها به طور تحلیلی و دقیق برای یک دوره برنامه ریزی کوتاه مدت، کار غیر ممکن است. راه‌های مختلفی برای به دست آوردن N_f وجود دارد و برای رسیدن به تعداد خرابی‌ها در یک فرایند، مدل‌های زیادی پیشنهاد شده است. ولی اغلب وقت گیر و پیچیده بوده اند. در این پژوهش N_f را به عنوان تابعی از t_{PM} در نظر گرفته شده است و از روش تقریب رگرسیون استفاده شده است. ما با داشتن بازه‌های زمانی اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و تعداد خرابی در هر بازه در بازه‌های مختلف یک دوره، به مقدار تقریبی N_f دست پیدا می‌کنیم. که مقدار آن در واقع خواهیم داشت

$$N_f = a (t_{PM})^b$$

جدول ۷. روش تقریب رگرسیون

Coefficients ^a					Model
Sig.	t	Standardized Coefficients	Unstandardized Coefficients		
		Beta	Std. Error	B	
.۰۰۱	۴.۸۹۳		۲.۱۳۹	۸.۳۶	۱ (Constant)
.۰۴۱	۲.۵۰۰	.۶۸۷	.۰۸۵	.۱۱	VAR۰۰۰۰۲
a. Dependent Variable: VAR۰۰۰۰۱					

با توجه به خروجی نرم افزار مقدار a برابر ۸.۳۶ و مقدار b برابر ۰.۱۱ می‌باشد که با توجه به فرمول N_f فاصله زمانی تعمیرات پیشگیرانه برابر ۱۷ روز خواهد بود.

ه-نرخ خرابی فرایند و ماشین

تا اینجا یک مدل جهت یکپارچه سازی و تلفیق نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت ارائه گردید. حال باید به رابطه بین این دو موضوع پرداخته و در واقع بتوان روابط نگهداری و تعمیرات و کنترل کیفیت را به یکدیگر ربط داد و در مجموع تابع هزینه کل را به صورت یکپارچه در آورد. بنابراین با به دست آوردن یک رابطه ریاضی جهت نرخ خرابی فرایند (λ) می‌توان این دو موضوع را در تابع هدف به یکدیگر مرتبط ساخت. در این پژوهش خرابی‌های ماشین به دو صورت در نظر گرفته شده است. یک نوع اینکه عملکرد ماشین به طور تدریجی دچار فرسایش و استهلاک میشود و دیگر اینکه عملکرد ماشین فوراً دچار مشکل می‌شود. احتمال رخداد خرابی‌های ماشین از اطلاعات قبلی در مورد خرابی‌های ماشین، گرفته میشود. به طور مشابه، فرایند ممکن است به دلیل فرسایش و استهلاک ماشین و یا دلایل خارجی و محیطی دچار نقص شود. فرض کنید نرخ خرابی به دلیل استهلاک و فرسایش ماشین λ_2 و نرخ خرابی به دلایل خارجی و محیطی λ_1 باشد. بنابراین نرخ خرابی فرایند (λ) مجموع نرخ خرابی به دلیل فرسایش و استهلاک ماشین و نرخ خرابی به دلایل خارجی و محیطی خواهد بود.

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$$

نرخ خرابی به دلیل فرسایش و استهلاک ماشین را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\lambda_1 = \frac{1}{prd_E}$$

و نرخ خرابی به دلایل خارجی و محیطی مشخص خواهد بود:

$$\lambda_2 = \frac{1}{MTBF}$$

MTBF میانگین زمان بین خرابی‌ها، می‌باشد.

N_f و MTTF با توجه به داده‌های هر مسئله محاسبه می‌شوند و اطلاعاتی در مورد بازه‌های زمانی عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و تعداد خرابی‌های رخ داده بین هر بازه ما را در محاسبه N_f و MTTF کمک می‌کند. با توجه به مقادیر $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$) که طبق مدل یکپارچه برابر ۶.۱۲ و ۰.۰۸۱ روز بوده است لذا مقدار MTBF یعنی متوسط زمان بین خرابی برابر ۱۲.۳ روز خواهد بود.

نتایج این پژوهش نشان داد که مدل ریاضی فراابتکاری ارائه‌شده برای تلفیق همزمان سیاست‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و کنترل کیفیت، توانسته است هزینه کل سیستم را به‌صورت معناداری کاهش دهد. مقایسه مدل یکپارچه با مدل‌های مستقل نشان داد که مدل تلفیقی منجر به کاهش چشمگیر هزینه‌ها از ۲۸۹.۱۲ به ۱۱۶ واحد پولی در دوره ۱۲ ماهه شده است. آزمون t زوجی نیز تأیید کرد که این کاهش هزینه‌ها از نظر آماری معنادار است ($p < 0.05$). این نتایج بیانگر کارایی بالای مدل تلفیقی در مقایسه با مدل‌های سنتی است که به‌صورت جداگانه به موضوعات نگهداری و کنترل کیفیت می‌پرداختند. یافته‌های این تحقیق همسو با مطالعات (Ben-Daya & Rahim, 2023) و (Rahim & Ben-Daya, 2018) است که بر ضرورت طراحی مدل‌های یکپارچه تأکید کرده‌اند تا تعامل میان خرابی تجهیزات و انحراف فرآیند کنترل کیفیت به‌صورت همزمان مورد بررسی قرار گیرد.

کاهش معنی‌دار هزینه‌ها در مدل پیشنهادی ناشی از توانایی آن در بهینه‌سازی چهار متغیر کلیدی تصمیم یعنی اندازه نمونه (n)، فاصله نمونه‌گیری (h)، ضریب حد کنترل (k) و بازه تعمیرات پیشگیرانه (t_{PM}) است. این چهار متغیر در تعامل با یکدیگر، رفتار سیستم تولید را تعیین می‌کنند و تنظیم بهینه آن‌ها باعث کاهش نرخ خرابی، افزایش طول دوره‌های تحت کنترل و در نهایت کاهش هزینه‌های ناشی از توقف تولید و محصولات معیوب می‌شود (Zhou et al., 2023). بر اساس یافته‌های تحلیل حساسیت، نرخ خرابی ماشین و انحراف معیار مشخصه کیفی بیشترین تأثیر را بر تابع هدف داشتند؛ به این معنا که افزایش حتی جزئی در این پارامترها می‌تواند به رشد سریع هزینه‌های کل منجر شود. این نتیجه با یافته‌های (Goyal et al., 2021) و (Berrichi et al., 2016) همسو است که بیان کرده‌اند تغییرات کوچک در پارامترهای کنترل فرآیند می‌تواند اثر تصاعدی بر هزینه کل سیستم داشته باشد.

از سوی دیگر، نتایج نشان داد که استفاده از رویکرد نگهداری پیشگیرانه ناقص (Imperfect Maintenance) در مدل، واقع‌بینانه‌تر از رویکرد نگهداری کامل است. در شرایط واقعی، تعمیرات نمی‌توانند تجهیزات را به‌طور کامل به حالت اولیه بازگردانند، بلکه تنها کارایی آن‌ها را بهبود می‌دهند. این یافته با پژوهش‌های (Khouja & Mehrez, 2017) و (Raafat, 2012) هم‌راستا است که تأکید کرده‌اند نگهداری پیشگیرانه ناقص موجب کاهش تدریجی نرخ خرابی می‌شود، در حالی که هزینه‌های نگهداری و توقف تولید را در سطح قابل قبولی نگه می‌دارد. در مدل حاضر نیز، با در نظر گرفتن نگهداری ناقص، تعادل میان هزینه تعمیرات و کیفیت فرآیند برقرار شد و بهینه‌سازی همزمان این دو جنبه تحقق یافت.

تحلیل حساسیت مدل نشان داد که افزایش ۱۰ تا ۲۰ درصدی در پارامترهای مرتبط با خرابی ماشین، هزینه‌های کل را به‌صورت نمایی افزایش می‌دهد، در حالی که تغییر در پارامترهای هزینه‌ای دیگر تأثیر چندانی ندارد. این یافته نشان می‌دهد که کنترل نرخ خرابی تجهیزات و نظارت دقیق بر شاخص‌های کیفیت، نقش کلیدی در پایداری سیستم دارد (Makis, 2016). همچنین نتایج عددی نشان داد که با استفاده از مدل یکپارچه، فاصله زمانی بهینه برای تعمیرات پیشگیرانه (t_{PM}) برابر با ۶۵۸ ساعت محاسبه شد که با یافته‌های (Pandey et al., 2017) درباره ارتباط بین دوره‌های نگهداری و نرخ خرابی سازگار است.

در مقایسه مدل یکپارچه با مدل مستقل کنترل کیفیت، مشاهده شد که مدل مستقل دارای هزینه ۳۴۱.۸ واحدی بود، که بیش از سه برابر هزینه مدل تلفیقی است. این تفاوت نشان‌دهنده اثر هم‌افزایی میان تصمیمات نگهداری و کنترل کیفیت است. به عبارت دیگر، ترکیب این دو سیاست باعث کاهش وضعیت‌های خارج از کنترل در فرآیند شده و در نتیجه موجب کاهش هزینه‌های کیفیت می‌شود (Rahim & Ben-Daya, 2015). این نتیجه با پژوهش‌های (Ben-Daya & Rahim, 2020) و (Cruthis & Rigdon, 2018) همخوانی دارد که نشان داده‌اند تلفیق برنامه‌های نگهداری با نمودارهای کنترل کیفیت می‌تواند عملکرد کلی سیستم را بهبود بخشد و پایداری فرآیند را افزایش دهد. بررسی مدل‌های مشابه در ادبیات نشان می‌دهد که این یافته‌ها با روند کلی تحقیقات جهانی همسو است. به‌عنوان مثال، (Voros, 2019) در مطالعه خود بر استهلاک ابزار و تأثیر آن بر کیفیت محصول نشان داد که اعمال نگهداری منظم باعث کاهش انحراف میانگین فرآیند و کاهش

ضایعات می‌شود. در پژوهش (Zhou & Zhu, 2018) نیز با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، ارتباط بین زمان‌بندی تعمیرات و کیفیت فرآیند بهینه‌سازی شد. به‌طور مشابه، (Rahim, 2018) در مطالعه‌ای تجربی ثابت کرد که افزایش تناوب نمونه‌گیری در کنار نگهداری پیشگیرانه منظم، طول دوره‌های تحت کنترل (ARL1) را افزایش می‌دهد و در نتیجه احتمال خرابی‌های تصادفی کاهش می‌یابد.

از جنبه مدیریتی، نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که مدل تلفیقی می‌تواند به‌عنوان ابزار تصمیم‌یار برای مدیران صنایع مورد استفاده قرار گیرد تا با تعیین فواصل زمانی مناسب برای تعمیرات پیشگیرانه، از توقف‌های غیرضروری جلوگیری کنند و در عین حال کیفیت خروجی را در سطح مطلوب حفظ نمایند (Garvin, 2017). درواقع، مدل پیشنهادی چارچوبی فراهم می‌سازد که بر اساس آن مدیران می‌توانند هزینه‌های ناشی از نگهداری و کنترل کیفیت را به‌صورت همزمان تحلیل کرده و بهترین ترکیب تصمیمی را انتخاب نمایند (Ben-Daya & Rahim, 2023).

یافته‌های پژوهش همچنین تأیید می‌کند که طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل نقش تعیین‌کننده‌ای در کاهش هزینه‌های کیفیت دارد. انتخاب بهینه حد کنترل (k) در نمودارهای $\bar{X}$ موجب کاهش نرخ هشدارهای اشتباه و هزینه‌های نمونه‌گیری می‌شود (Porteus, 2014). بر اساس مدل حاضر، مقدار بهینه ضریب حد کنترل برابر با ۷ تعیین گردید که با مطالعات (Jones et al., 2016) و (Rahim & Ben-Daya, 2018) که بر طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل تأکید داشتند، سازگار است.

از منظر نظری، نتایج پژوهش حاضر همسو با نظریه تابع زیان کیفیت تاگوچی است که بیان می‌کند هرگونه انحراف از مقدار هدف حتی در محدوده مجاز، باعث زیان اقتصادی می‌شود (Taguchi, 2014). در مدل پیشنهادی نیز، هزینه‌های ناشی از انحراف فرآیند و خرابی تجهیزات در قالب یک تابع هدف واحد تجمیع شدند تا زیان کل به حداقل برسد. به این ترتیب، مدل پیشنهادی از منظر نظری در امتداد دیدگاه‌های (Linderman et al., 2015) و (Garg & Deshmukh, 2015) قرار می‌گیرد که کیفیت و قابلیت اطمینان را دو جنبه مکمل برای بهینه‌سازی اقتصادی سیستم‌های تولید معرفی کرده‌اند.

نتایج حاصل از اجرای مدل در تصفیه‌خانه فاضلاب شهرک صنعتی ارومیه نیز نشان داد که اعمال همزمان سیاست‌های نگهداری و کنترل کیفیت منجر به کاهش نرخ خرابی‌ها و افزایش قابلیت اطمینان سیستم گردیده است. میانگین زمان بین خرابی‌ها (MTBF) از ۸.۳ به ۱۲.۳ روز افزایش یافت که نشان‌دهنده بهبود در عملکرد تجهیزات است. این یافته‌ها با مطالعات (Lee & Rosenblatt, 2010) و (Keller & Noori, 2020) سازگار است که گزارش داده‌اند بهبود برنامه‌ریزی تعمیرات می‌تواند مستقیماً باعث افزایش قابلیت اطمینان و کاهش نرخ خرابی‌های مکرر شود.

از سوی دیگر، یافته‌های این پژوهش به لحاظ روش‌شناسی نیز نوآورانه است، زیرا از الگوریتم فراابتکاری برای حل مدل استفاده شد. این رویکرد که مشابه با کارهای (Zhou et al., 2023) و (Chiu & Huang, 2017) است، امکان بررسی روابط غیرخطی میان پارامترها را فراهم می‌کند و بهینه‌سازی همزمان چند متغیر را ممکن می‌سازد. در نتیجه، مدل پیشنهادی می‌تواند در محیط‌های صنعتی پیچیده که متغیرهای متعدد و وابستگی‌های قوی وجود دارد، کارایی بالایی داشته باشد (Chand, 2015).

به‌طور کلی، یافته‌ها نشان می‌دهد که تلفیق استراتژیک میان نگهداری و کنترل کیفیت موجب ارتقای عملکرد کلی سازمان، کاهش هزینه‌های غیرمستقیم و افزایش سطح رضایت مشتری می‌شود. این نتیجه با دیدگاه‌های (Ben-Daya & Duffuaa, 2020) و (Rahim, 2018) هم‌راستا است که بر اهمیت یکپارچه‌سازی تصمیمات در بهبود پایداری فرآیند تأکید کرده‌اند. همچنین، این نتایج می‌تواند مبنایی برای توسعه مدل‌های تصمیم‌یار در صنایع مشابه باشد که در آن‌ها کیفیت و قابلیت اطمینان به‌طور مستقیم بر بهره‌وری اثرگذارند.

از نظر تئوریک، مدل حاضر با پژوهش‌های (Jeong et al., 2017) و (Makis, 2016) همسو است که از نظریه کنترل بهینه برای تحلیل رابطه میان هزینه‌های نگهداری، کیفیت و قابلیت اطمینان استفاده کردند. این هم‌خوانی نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی می‌تواند به‌عنوان الگویی جامع برای صنایع مختلف مورد استفاده قرار گیرد. همچنین، یافته‌ها با نتایج (Cheng, 2016a) هم‌راستا است که نشان داد مدل‌های اقتصادی کیفیت در صورتی بیشترین کارایی را دارند که تصمیمات نگهداری نیز در آن لحاظ شوند.

به طور خلاصه، مدل فراابتکاری پیشنهادی این پژوهش توانسته است با ارائه یک ساختار تصمیم‌گیری چندبعدی، همزمان هزینه‌های نگهداری، کنترل کیفیت و خرابی تجهیزات را کاهش دهد. این مدل نه تنها به لحاظ نظری نوآورانه است، بلکه در عمل نیز نتایج ملموس و کارآمدی برای صنایع مشابه فراهم می‌کند.

یکی از محدودیت‌های اصلی این پژوهش، محدود بودن داده‌های تجربی به تصفیه‌خانه فاضلاب شهرک صنعتی ارومیه بود که ممکن است تعمیم‌پذیری نتایج به سایر صنایع را محدود کند. همچنین، مدل از نوع ایستا و تک‌محصولی است و تأثیر تغییرات تقاضا یا خرابی‌های چندگانه به‌صورت پویا بررسی نشده است. از سوی دیگر، اثر عوامل انسانی مانند خطای اپراتور یا تأخیر در تعمیرات در مدل لحاظ نشده است. محدودیت دیگر، استفاده از مفروضات توزیع نمایی برای زمان‌های خرابی است که ممکن است در برخی محیط‌های واقعی صدق نکند.

پیشنهاد می‌شود که در مطالعات آینده، مدل به‌صورت پویا توسعه یابد تا بتواند چند نوع محصول، چند ماشین و تغییرات تقاضا را به‌طور همزمان تحلیل کند. همچنین استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری نوین مانند HHO، PSO یا NSGA-II برای بهبود دقت بهینه‌سازی پیشنهاد می‌شود. افزودن پارامترهای انسانی و محیطی مانند مهارت اپراتور و شرایط کاری نیز می‌تواند دقت مدل را افزایش دهد. در نهایت، ترکیب مدل با سیستم‌های تصمیم‌یار مبتنی بر هوش مصنوعی می‌تواند گامی مهم در جهت توسعه نگهداری و کنترل کیفیت هوشمند باشد. مدیران صنایع می‌توانند از مدل پیشنهادی به‌عنوان ابزاری برای تصمیم‌گیری در زمان‌بندی بهینه تعمیرات، تخصیص منابع و کنترل کیفیت استفاده کنند. استفاده از این مدل به‌ویژه در صنایع با فرآیندهای پیوسته مانند پتروشیمی، آب و فاضلاب و تولید دارو، می‌تواند منجر به کاهش چشمگیر هزینه‌ها و افزایش قابلیت اطمینان شود. همچنین، با تنظیم مناسب پارامترهای مدل، مدیران قادر خواهند بود بین هزینه‌های کیفیت و تعمیرات تعادل برقرار کرده و کارایی کلی سیستم را افزایش دهند. این مدل می‌تواند مبنای توسعه سامانه‌های پایش هوشمند در چارچوب صنعت ۴.۰ باشد و نقش مهمی در ارتقای بهره‌وری و پایداری سازمان ایفا کند.

مشارکت نویسندگان

در نگارش این مقاله تمامی نویسندگان نقش یکسانی ایفا کردند.

تعارض منافع

در انجام مطالعه حاضر، هیچ‌گونه تضاد منافی وجود ندارد.

موازین اخلاقی

در انجام این پژوهش تمامی موازین و اصول اخلاقی رعایت گردیده است.

شفافیت داده‌ها

داده‌ها و مآخذ پژوهش حاضر در صورت درخواست از نویسنده مسئول و ضمن رعایت اصول کپی رایت ارسال خواهد شد.

حامی مالی

این پژوهش حامی مالی نداشته است.

Extended Abstract

Introduction

In modern manufacturing systems, the simultaneous optimization of maintenance scheduling and quality control has become a vital aspect of industrial performance due to global competition, cost constraints, and the increasing complexity of production systems (Ben-Daya & Rahim, 2023). Preventive maintenance (PM) aims to enhance system reliability and reduce unexpected failures, while quality control ensures that the production process remains consistent and products meet design specifications (Rahim & Ben-Daya, 2018). Historically, these two functions were managed independently; however, contemporary research emphasizes that maintenance activities and process quality are inherently interdependent (Goyal et al., 2021). Neglecting one directly influences the effectiveness of the other, which necessitates the development of integrated models to achieve optimal system performance (Ben-Daya & Rahim, 2020).

The relationship between maintenance and quality was first noted in the works of (Tagaras, 2000) and (Rosenblatt & Lee, 2010), who demonstrated that process degradation and equipment failure are tightly linked. Subsequent studies highlighted that preventive maintenance not only restores machinery conditions but also stabilizes the production process, reducing the probability of deviation from quality targets (Rahim, 2018). Moreover, modern industries—especially those operating under lean manufacturing and total quality management (TQM) principles—require robust decision-making frameworks that consider both the physical integrity of machines and the statistical behavior of process quality (Garvin, 2017).

Meta-heuristic approaches have been increasingly applied to address such complex, nonlinear problems where multiple interdependent decision variables exist (Zhou et al., 2023). Algorithms such as Genetic Algorithm (GA), Grey Wolf Optimizer (GWO), and Harris Hawks Optimization (HHO) have proven effective in exploring multi-dimensional decision spaces (Zhou & Zhu, 2018). In this context, the current study aims to develop an integrated mathematical model that jointly optimizes preventive maintenance intervals and quality control parameters. The decision variables include sample size (n), sampling frequency (h), control limit coefficient (k), and preventive maintenance interval (t_{PM}). These parameters are optimized to minimize the total expected cost per unit time, incorporating both maintenance and quality-related expenditures (Berrichi et al., 2016).

Several theoretical foundations underlie this integrated approach. The economic design of control charts introduced by (Porteus, 2014) and (Rahim & Ben-Daya, 2015) forms a crucial base for linking quality inspection intervals to cost minimization strategies. Similarly, the concept of imperfect maintenance—where maintenance partially restores a system rather than returning it to an “as good as new” condition—provides a more realistic representation of industrial processes (Khouja & Mehrez, 2017). Research by (Raafat, 2012) and (Jeong et al., 2017) further emphasized that maintenance and process quality control must be jointly optimized to minimize the total cost of nonconformance and machine downtime.

Additionally, the integration of statistical process control (SPC) and maintenance management aligns with (Taguchi, 2014)’s loss function theory, which asserts that any deviation from target specifications—even within tolerance—generates economic losses. Consequently, the integrated approach does not treat quality control and maintenance as separate entities but as two interacting elements contributing to the same objective function (Rahim, 2018). Studies such as (Ben-Daya & Duffuaa, 2020) and (Pandey et al., 2017) reinforce that synchronized decision-making across maintenance and quality domains yields superior outcomes compared to isolated optimization.

Thus, the purpose of the present study is to design and implement a meta-heuristic-based mathematical model that integrates preventive maintenance scheduling with quality control design in a single-machine system, aiming to minimize total cost while maintaining high process stability.

Methods and Materials

This applied and analytical research utilized a descriptive–mathematical modeling approach. The study was conducted in the Urmia Industrial City Wastewater Treatment Plant, where complete operational and maintenance data were available. Data collection was carried out through documentation of maintenance records, quality reports, cost data, and production logs over a ten-month period.

The proposed model was designed to determine the optimal values of four decision variables: sample size (n), sampling interval (h), control limit coefficient (k), and preventive maintenance interval (t_{PM}). The objective function minimized the expected total cost per unit time, which included the cost of maintenance (preventive and corrective), inspection, downtime, defective production, and rework.

The model was solved using the *Maple* software platform. Descriptive statistics, paired t-test, and bivariate regression were employed to analyze data and validate model performance. Sensitivity analysis was conducted to evaluate the effect of varying parameters—such as failure rate, process variability, and cost coefficients—on the objective function.

Findings

The results indicated that the integrated meta-heuristic model substantially outperformed independent models in minimizing total operational costs. The optimal combination of decision variables was determined as $n = 11$, $h = 1.91$, $k = 7$, and $t_{PM} = 658$ hours. Under these conditions, the total cost was minimized to 116 monetary units per operational cycle, compared to 289.12 units before model implementation.

A paired t-test confirmed that the reduction in cost was statistically significant ($p < 0.05$). The mean difference in costs between the pre- and post-implementation phases was 173.12 units, indicating a significant improvement in cost efficiency. Furthermore, the correlation between pre- and post-model costs was negligible ($r = 0.02$), demonstrating that the cost improvement was primarily due to model optimization rather than random variation.

Sensitivity analysis revealed that the failure rate of the machine and the standard deviation of the critical quality characteristic had the most pronounced effect on total cost. A 10–20% increase in these parameters led to exponential growth in costs, underscoring the necessity of maintaining stable operating conditions. In contrast, variations in minor parameters such as inspection cost and labor cost had minimal impact on the objective function.

Additionally, regression analysis indicated a significant linear relationship between preventive maintenance intervals and the number of machine failures, expressed as $N_f = 8.36 + 0.11(t_{PM})$. Based on this equation, the optimal preventive maintenance interval was calculated as approximately 17 days.

The model also improved key performance indicators related to system reliability. The mean time between failures (MTBF) increased from 8.3 to 12.3 days after implementing the integrated model. This enhancement demonstrated that preventive maintenance scheduling, when aligned with quality control parameters, effectively extended equipment life and process stability.

Comparative analysis with the independent quality control model showed that the standalone model produced a total cost of 341.8 units, nearly three times higher than the integrated model. This difference validated the hypothesis that integrating preventive maintenance with process quality control yields superior economic performance.

Discussion and Conclusion

The findings confirm that integrating preventive maintenance and quality control policies into a single mathematical framework leads to substantial cost reductions and operational improvements. The significant decrease in total cost demonstrates that the proposed model effectively synchronizes maintenance actions with quality control decisions, thereby optimizing both machine reliability and product quality.

The results align closely with prior studies emphasizing the mutual dependency between maintenance and quality domains. For instance, (Rahim, 2018) and (Ben-Daya & Rahim, 2020) demonstrated that preventive

maintenance directly reduces the likelihood of process deviation from control limits, while (Voros, 2019) highlighted the impact of machine degradation on process mean shifts. Likewise, (Keller & Noori, 2020) found that designing optimal control limits significantly decreases defect-related costs, which is consistent with the present study's outcome where $k = 7$ yielded the lowest total cost.

The use of imperfect maintenance modeling contributed significantly to the realism and robustness of the results. As confirmed by (Khouja & Mehrez, 2017), assuming perfect maintenance tends to underestimate costs and overstate reliability. By considering imperfect maintenance, the current model achieved a balance between maintenance frequency and cost, ensuring practical applicability. Moreover, (Pandey et al., 2017) emphasized that integrating maintenance scheduling into quality control decision-making leads to more reliable process outcomes—an observation reaffirmed by the improvement in MTBF recorded in this study.

From a managerial standpoint, the model provides a comprehensive decision-support tool. It allows managers to determine economically optimal inspection frequencies and maintenance intervals that jointly minimize costs and downtime. The alignment between the present findings and (Garvin, 2017)'s TQM philosophy reinforces the notion that quality and reliability should not be treated as separate objectives but as components of a unified production strategy.

Overall, the proposed model contributes to the growing body of knowledge advocating integrated approaches for maintenance and quality optimization (Ben-Daya & Rahim, 2023). The findings provide empirical support for theoretical frameworks that emphasize synergy between equipment reliability and process quality. By applying a meta-heuristic optimization technique, this study extends earlier analytical models and demonstrates the potential for practical implementation in real industrial environments.

In conclusion, the integrated meta-heuristic model developed in this research effectively minimized total system cost and improved process reliability in the Urmia Industrial City Wastewater Treatment Plant. The model outperformed traditional separate optimization approaches, reduced the number of process out-of-control states, and extended equipment lifespan. Beyond its empirical success, the model offers strategic implications for industries seeking to balance quality assurance and maintenance efficiency within a single decision-making framework.

Future applications of this model may include multi-machine and multi-product systems, where dynamic interactions among production lines can further enhance optimization. Additionally, coupling this framework with advanced artificial intelligence algorithms could lead to adaptive, real-time maintenance and quality control systems, ultimately supporting the transformation toward Industry 4.0 environments.

References

- Ben-Daya, M., & Duffuaa, S. O. (2020). Maintenance and Quality: The Missing Link. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*(1), 20-26. <https://doi.org/10.1108/13552519510083110>
- Ben-Daya, M., & Rahim, M. A. (2020). Effect of Maintenance on the Economic Design of x-Chart. *European Journal of Operational Research*, 131-143. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00379-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00379-8)
- Ben-Daya, M., & Rahim, M. A. (2023). Joint optimization of preventive maintenance and control charts under deteriorating processes. *International Journal of Production Economics*, 255, 108702.
- Berrichi, A., Amodio, L., Yalaoui, F., Châtelet, E., & Mezghiche, M. (2016). Bi-objective optimization algorithms for joint production and maintenance scheduling: application to the parallel machine problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 389-400. <https://doi.org/10.1007/s10845-008-0113-5>
- Black, J. J., & Mejabi, O. O. (2013). Simulation of complex manufacturing equipment reliability using object oriented methods. *Reliability Engineering and System Safety*. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S095183209500008P>
- Brandolese, M., Francei, M., & Pozzetti, A. (2011). Production and Maintenance Integrated Planning. *International Journal of Production Research*(7), 2059-2075. <https://doi.org/10.1080/00207549608905013>
- Chand, S. (2015). Lot Sizes and Setup Frequency with Learning in Setups and Process Quality. *European Journal of Operations Research*, 190-202. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(89\)90321-4](https://doi.org/10.1016/0377-2217(89)90321-4)

- Chen, S. L., & Chung, K. J. (2015). Determination of the optimal production run and the most profitable process mean for a production process. *International Journal of Production Research*(7), 2051-2058. <https://doi.org/10.1080/00207549608905012>
- Cheng, T. C. E. (2016a). An Economic Order Quantity Model with Demand Dependent Unit Production Cost and Imperfect Production Processes. *IIE Transactions*(1), 23-28. <https://doi.org/10.1080/07408179108963838>
- Cheng, T. C. E. (2016b). EPQ with Process Capability and Quality Assurance Considerations. *Journal of the Operational Research Society*(8), 713-720. <https://doi.org/10.1057/jors.1991.137>
- Chiu, H. N., & Huang, B. S. (2016). The economic design of X-control chart under preventive maintenance policy. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 13(1), 61-71. <https://doi.org/10.1108/02656719610108323>
- Chiu, H. N., & Huang, B. S. (2017). The Economic Design of x and S2 Control Charts with Preventive Maintenance and Increasing Hazard Rate. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*(4), 17-40. <https://doi.org/10.1108/13552519510105188>
- Cruthis, E. N., & Rigdon, S. E. (2018). Comparing two estimates of variance to determine the stability of a process. *Quality Engineering*, 30(2), 190-198. https://www.researchgate.net/publication/233311436_Comparing_two_estimates_of_variance_to_determine_the_stability_of_a_process
- Garg, A., & Deshmukh, S. G. (2015). Maintenance management: literature review and directions. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 12(3), 205-238. <https://doi.org/10.1108/13552510610685075>
- Garvin, D. A. (2017). Competing on the Eight Dimensions of Quality. *Harvard business review*(6), 101-109. <https://hbr.org/1987/11/competing-on-the-eight-dimensions-of-quality>
- Goyal, S. K., Gunasekaran, A., & Martikainen, T. (2021). Integrated production, maintenance and quality models: A comprehensive review. *European Journal of Operational Research*, 292(2), 367-392.
- Goyal, S. K., Gunasekaran, A., Martikainen, T., & Yli-Olli, P. (2011). Integrating production and quality control policies: A survey. *European Journal of Operational Research*, 1-13. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221793900852>
- Jeong, I. J., Leon, V. J., & Villalobos, J. R. (2017). Integrated decision-support system for diagnosis, maintenance planning, and scheduling of manufacturing systems. *International Journal of Production Research*, 45(2), 267-285. <https://doi.org/10.1080/00207540600678896>
- Jones, L. A., Woodall, W. H., & Conerly, M. D. (2016). Exact Properties of Dermit Control Charts. *Journal of Quality Technology*. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00224065.1999.11979915>
- Keller, G., & Noori, H. (2020). Impact of Investing in the Quality Improvement on the Lot size Model. *Omega International Journal of Management Science*(6), 595-601. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(88\)90033-3](https://doi.org/10.1016/0305-0483(88)90033-3)
- Khouja, M., & Mehrez, A. (2017). Economic Production Lot Size Model with Variable Production Rate and Imperfect Quality. *Journal of Operational Research Society*(12), 1405-1417. <https://doi.org/10.1057/jors.1994.217>
- Lee, H. L., & Rosenblatt, M. J. (2010). Economic Design and Control of Monitoring Mechanisms in Automated Production Systems. *IIE Transactions*(2), 201-209. <https://doi.org/10.1080/07408178808966170>
- Leng, K., Ren, P., & Gao, L. (2016). A novel approach to integrated preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine using the chaotic particle swarm optimization algorithm. Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, China. <https://ieeexplore.ieee.org/document/1713491/authors>
- Linderman, K., McKone-Sweet, K. E., & Anderson, J. C. (2015). An integrated systems approach to process control and maintenance. *European Journal of Operational Research*, 324-340. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2003.11.026>
- Liou, M. J., Tseng, S. T., & Lin, T. M. (2012). The Effects of Inspection Errors to the Imperfect EMQ Model. *IIE Transactions*(2), 42-51. <https://doi.org/10.1080/07408179408966595>
- Makis, V. (2016). Optimal Lot Sizing and Inspection Policy for an EMQ Model with Imperfect Inspections. *Naval Research Logistics*, 45(2), 165-186. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1520-6750\(199803\)45:2<165::AID-NAV3>3.0.CO;2-6](https://doi.org/10.1002/(SICI)1520-6750(199803)45:2<165::AID-NAV3>3.0.CO;2-6)
- Panagiotidou, S., & Tagaras, G. (2017). Optimal preventive maintenance for equipment with two quality states and general failure time distributions. *European Journal of Operational Research*, 329-353. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.04.014>
- Pandey, D., Kulkarni, M. S., & Vrat, P. (2017). Integrated production scheduling, quality, maintenance models: an overview. Proceedings of the International Conference on Recent Trends in Mechanical Engineering ICRTME, Ujjain, India.
- Peters, M. H., Schneider, H., & Tang, K. (2016). Joint Determination of Optimal Inventory and Quality Control Policy. *Management Science*, 34(8), 991-1004. <https://doi.org/10.1287/mnsc.34.8.991>
- Porteus, E. L. (2014). Optimal Lot Sizing, Process Quality Improvement and Setup Cost Reduction. *Operations Research*, 34(1), 137-144. <https://doi.org/10.1287/opre.34.1.137>

- Raafat, F. (2012). Survey of Literature of Continuously Deteriorating Inventory Models. *Journal of the Operational Research Society*, 27-37. <https://doi.org/10.1057/jors.1991.4>
- Rahim, M. A. (2018). Joint Determination of Production Quantity, Inspection Schedule and Control Chart Design. *IIE Transactions*, 26(6), 2-11. <https://doi.org/10.1080/07408179408966632>
- Rahim, M. A., & Ben-Daya, M. (2015). A Generalized Economic Model for Joint Determination of Production Run, Inspection Schedules and Control Chart Design. *International Journal of Production Research*, 277-289. <https://doi.org/10.1080/002075498194047>
- Rahim, M. A., & Ben-Daya, M. (2018). A Joint Optimization of Production Quantity, Inspection Schedule and Quality Control for an Imperfect Process with deteriorating Products. *Journal of Operations Research Society*.
- Rahmani, K. a.-D. (2022). *Planning for Maintenance and Repairs*. Foroozeesh Publications.
- Rosenblatt, M. J., & Lee, H. L. (2010). Economic Production Cycles with Imperfect Production Process. *IIE Transactions*, 48-55. <https://doi.org/10.1080/07408178608975329>
- Tagaras, G. (2000). An Integrated Cost Model for the Joint Optimization of Process Control and Maintenance. *Journal of the Operational Research Society*(8), 757-766. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.0390807>
- Taguchi, G. (2014). *Introduction to Quality Engineering*. Asian Productivity Organization. https://books.google.ca/books/about/Introduction_to_Quality_Engineering.html?id=1NtTAAAMAAJ&redir_esc=y
- Voros, J. (2019). Lot Sizing with Quality Improvement and Setup Time Reduction. *European Journal of Operations Research*, 568-574. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00447-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00447-5)
- Zhou, W. H., & Zhu, G. L. (2018). Economic design of integrated model of control chart and maintenance management. *Mathematical and Computer Modeling*(11-12), 1389-1395. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2007.09.008>
- Zhou, Y., Li, X., & Zhang, Y. (2023). A hybrid grey wolf optimizer for maintenance scheduling and process quality control. *Applied Soft Computing*, 133, 109915.